Hinweis:

In diesem Aufgabenblatt befinden sich Aufgaben zum Winkel bei Geraden.

Aufgabe A1

K_f ist das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{2}x - 1;\ x \in \mathbb{R}$. Unter welchem Winkel schneidet f die x–Achse?

Aufgabe A2

Die Gerade g verläuft durch die Punkte A und B. Bestimme die Steigung von g. Gib die Geradengleichung und den Steigungswinkel in ° an.

a) $A(-1|3)$ $B(2|-2)$

b) $A\left(-\frac{2}{3}\middle|\frac{3}{2}\right)$ $B(3|-1)$

c) $A(-4|-2)$ $B\left(\frac{1}{2}\middle|-\frac{3}{2}\right)$

Aufgabe A3

Die Gerade g schneidet die x–Achse in $x = 3$ und verläuft durch den Punkt $P(4|-1)$. Bestimme die Geradengleichung und den Steigungswinkel.

Aufgabe A4

Bestimme die Geradengleichung.

a) Die Gerade g schneidet die x–Achse unter $45°$ und verläuft durch $Q\left(\frac{4}{5}\middle|-\frac{3}{2}\right)$.

b) $P(-1|-3)$ liegt auf der Geraden g. Diese steigt bezüglich der positiven x–Achse unter dem Winkel $135°$ an.

Aufgabe A5

Gegeben sind die Geraden g mit $g(x) = -x + 2$, h mit $h(x) = -1{,}5x - 3$ und k mit $k(x) = \frac{2}{3}x + 1$.

a) Ermittle den Schnittwinkel der Geraden g und h bzw. h und k.

b) Bestimme den Steigungswinkel der Geraden k.

Aufgabe A6

Gegeben sind die Punkte $A(-1|-2)$, $B(1|-3)$, $C(6|1)$ und $D(3|3)$.

a) Berechne die Länge einer Diagonalen des Vierecks $ABCD$.

b) In welchem Punkt schneiden sich die Diagonalen? Bestimme den Schnittwinkel.

c) Berechne den Flächeninhalt dieses Vierecks.

Aufgabe A7

Für welche Werte von t verläuft die Gerade g durch $A(3|4t^2)$ und $B(0|0{,}5t)$ parallel zur x–Achse?

Aufgabe A8

K_f ist das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{3}x + 1;\ x \in \mathbb{R}$. Unter welchem Winkel schneidet f die x–Achse?

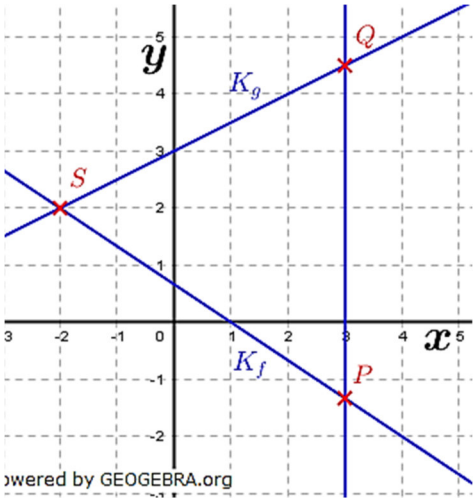
Aufgabe A9

Gegeben sind die Geraden g und h mit $g(x) = -2x + 3$ und $h(x) = 0{,}3x + 0{,}5$. Bestimme den Schnittwinkel der Geraden g und h.

Aufgabe A10

Die Abbildung zeigt die Schaubilder K_f und K_g von linearen Funktionen f und g.

a) Entnimm den jeweiligen Funktionsterm aus der Abbildung.
b) Bestimme den Schnittpunkt S von K_f und K_g.
c) Die drei Punkte S, P und Q sind die Eckpunkte eines Dreiecks. Berechne den Flächeninhalt.
d) Bestimme den Winkel $\alpha = \sphericalangle PSQ$.
e) Der Punkt $T(x_1 | -3)$ liegt auf K_f. Berechne die x–Koordinate von T.

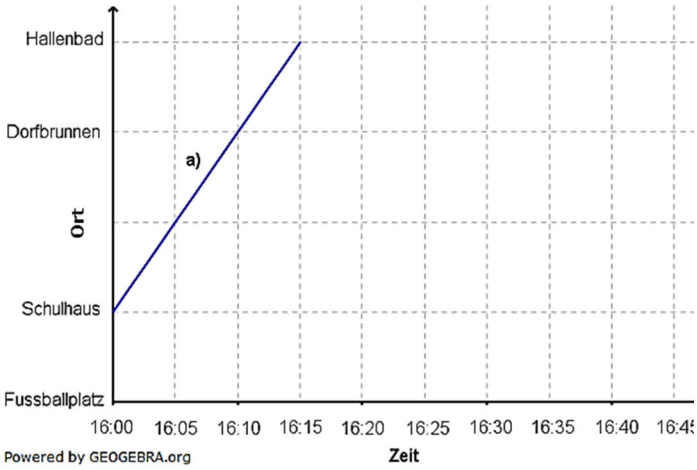


Aufgabe A11

Lies zunächst die ganze Beschreibung und zeichne dann die beschriebenen Bewegungen ins Diagramm ein. Beschrifte die einzelnen Abschnitte deutlich mit den Buchstaben (Bewegung a) ist bereits vorgegeben.

Marion absolviert ihr Lauftraining. Hier die einzelnen Abschnitte ihrer Bewegung:

a) Sie startet um 16:00 Uhr beim Schulhaus und erreicht um 16:15 das Hallenbad.
b) Dort bleibt sie 5 Minuten lang stehen.
c) Dann joggt sie *gleich* schnell wie in Abschnitt a) bis zum Fußballplatz.



Martin fährt mit dem Fahrrad.

d) Er startet nach Hannah und fährt vom Fußballplatz zum Hallenbad.
Dabei ist er *doppelt* so schnell unterwegs wie Marion in den Abschnitten a) und c). Beim Dorfbrunnen überholt er Marion.
Um wieviel Uhr ist Martin abgefahren.

Lösung A1

Aus $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = tan(\alpha)$ folgt für den gesuchten Winkel:

$tan(\alpha) = 0{,}5 \quad \Rightarrow \quad \alpha = arctan(0{,}5) = 26{,}57°$

Hinweis: Zur korrekten Ermittlung des Winkels in ° muss der Modus des GTR/WTR auf DEG eingestellt sein (Gegebenenfalls Änderung im Menu MODE durchführen).
Die mathematische Funktion $arctan$ wird bei den TRs über tan^{-1} aufgerufen.

Lösung A2

a) $m_{\overline{AB}} = \frac{-2-3}{2-(-1)} = -\frac{5}{3}$

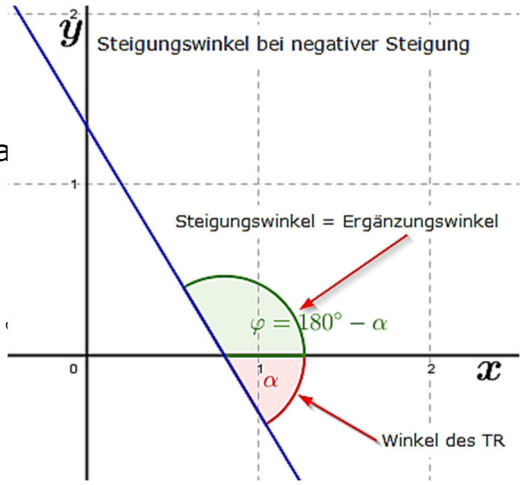
$f(x) = -\frac{5}{3}(x-2) - 2 = -\frac{5}{3}x + \frac{4}{3}$

$tan(\alpha) = -\frac{5}{3} \quad \alpha = arctan^{-1}\left(-\frac{5}{3}\right) = -59\,°$

Bei einer negative Steigung ist der Ergänzungswinkel zu $180\,°$ zu bestimmen, da als Steigungswinkel (Schnittwinkel mit der x-Achse) stets der Winkel gilt, den die x-Achse mit der Geraden **gegen** den Uhrzeigersinn bildet.

Ergänzungswinkel zu $180\,°$: $180\,° - 59\,° = 121\,°$

Der Steigungswinkel beträgt $121\,°$.



b) $m_{\overline{AB}} = \frac{-1-1{,}5}{3-(-\frac{2}{3})} = -\frac{15}{22}$

$f(x) = -\frac{15}{22}(x-3) - 1 = -\frac{15}{22}x + \frac{23}{22}$

$tan(\alpha) = -\frac{15}{22} \quad \alpha = arctan^{-1}\left(-\frac{15}{22}\right) = -34{,}3\,°$

Ergänzungswinkel zu $180°$: $180\,° - 34{,}3\,° = 145{,}7\,°$

Der Steigungswinkel beträgt $145{,}7°$.

c) $m_{\overline{AB}} = \frac{-1{,}5-(-2)}{0{,}5-(-4)} = \frac{1}{9} \quad f(x) = \frac{1}{9}(x+4) - 2 = \frac{1}{9}x - \frac{14}{9}$

$tan(\alpha) = \frac{1}{9} \quad \alpha = arctan^{-1}\left(\frac{1}{9}\right) = 6{,}3\,°$

Der Steigungswinkel beträgt $6{,}3\,°$.

Lösung A3

Geradengleichung:

$g(x) = -(x+1) + 4$ | Punkt-Steigungsform

$g(x) = -x + 3$

$m = tan(\alpha) = -1 \quad \alpha = arctan^{-1}(-1) = -45\,°$

Ergänzungswinkel zu $180\,°$: $180\,° - 45\,° = 135\,°$

Der Steigungswinkel beträgt $135\,°$.

Lösung A4

a) $\alpha = 45°; \quad tan(45°) = 1 = m_g$

Gerade: $g(x) = x - \frac{4}{5} - \frac{3}{2} = x - \frac{23}{10}$

b) $\alpha = 135°; \quad tan(135°) = -1 = m_g$

Gerade: $g(x) = -(x+1) - 3 = -x - 4$

Lösung A5

a) Geraden g und h:

$tan(\alpha) = \left|\frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 \cdot m_2}\right| = \left|\frac{-1{,}5-(-1)}{1+(-1{,}5)\cdot(-1)}\right| = \left|\frac{-0{,}5}{2{,}5}\right| = \frac{1}{5}$

$\alpha = arctan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) = 11{,}3°$

Gerade $\boldsymbol{h}$ und $\boldsymbol{k}$:

$1 + (-1{,}5) \cdot \frac{2}{3} = 0 \Longrightarrow m_h \cdot m_k = -1$

Die Geraden h und k stehen senkrecht aufeinander. Der Schnittwinkel beträgt $90\,°$.

b) $tan(\alpha_k) = \frac{2}{3} \quad \alpha_k = arctan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = 33{,}69°$

Der Steigungswinkel beträgt $33{,}69\,°$.

Lösung A6

a) Eine Diagonale ist entweder die Strecke $\overline{AC}$ oder $\overline{BD}$.

$d_{\overline{AC}} = \sqrt{(6-(-1))^2 + (1-(-2))^2} = \sqrt{49+9} = 7{,}6\ LE$

$d_{\overline{BD}} = \sqrt{(3-1)^2 + (3-(-3))^2} = \sqrt{4+36} = 6{,}3\ LE$

b) Gerade $\overline{AC}$: $m_{\overline{AC}} = \frac{1-(-2)}{6-(-1)} = \frac{3}{7} \quad f(x) = \frac{3}{7}(x-6) + 1 = \frac{3}{7}x - \frac{11}{7}$

Gerade $\overline{BD}$: $m_{\overline{BD}} = \frac{3-(-3)}{3-1} = 3 \quad g(x) = 3(x-3) + 3 = 3x - 6$

Schnittpunkt S:

$f(x) \cap g(x)$

$\frac{3}{7}x_S - \frac{11}{7} = 3x_S - 6 \Longrightarrow \ x_S = \frac{31}{18}; \ \ y_S = -\frac{5}{6}$

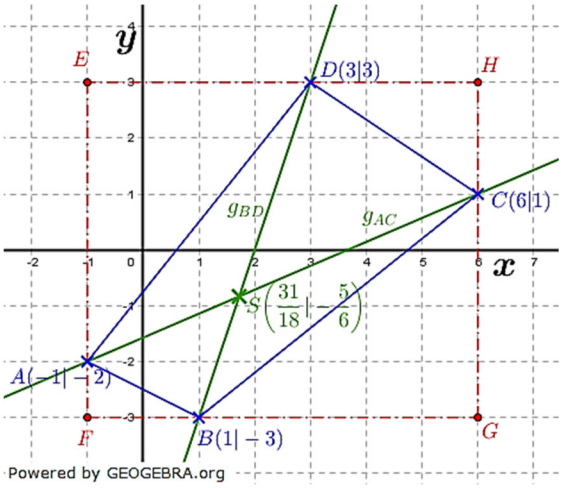
Die Diagonalen schneiden sich in $S\left(\frac{31}{18}\middle|-\frac{5}{6}\right)$.

$tan(\alpha) = \left|\frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 \cdot m_2}\right| = \left|\frac{3-\frac{3}{7}}{1+3\cdot\frac{3}{7}}\right| = \left|\frac{\frac{18}{7}}{\frac{16}{7}}\right| = \frac{9}{8}$

$\alpha = arctan^{-1}\left(\frac{9}{8}\right) = 48{,}1\,°$

Ihr Schnittwinkel beträgt $48{,}1\,°$.

Hinweis: Als Schnittwinkel zweier Geraden zählt ***immer*** der ***spitze Winkel***.



c) Fläche des Vierecks $ABCD$ ist die Fläche des Rechtecks $EFGH$ abzgl. der Flächen der vier Außendreiecke AFB, BGC, CHD und DEA.

$A_{EFGH} = 7 \cdot 6 = 42\ FE$

$A_{AFB} = 1\ FE$

$A_{BGC} = 10\ FE$

$A_{CHD} = 3\ FE$

$A_{DEA} = 10\ FE$

$A_{ABCD} = 42 - 1 - 10 - 3 - 10 = 18\ FE$

Das Viereck $ABCD$ *ist* $18\ FE$ *groß.*

Lösung A7

$m_g = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{4t^2 - 0{,}5t}{3-0}$

Eine Parallele zur x-Achse hat die Steigung $m_g = 0$.

$\frac{4t^2 - 0{,}5t}{3} = 0 \quad => \quad 4t^2 - 0{,}5t = 0$

$t \cdot (4t - 0{,}5) = 0$

$t_1 = 0; \quad t_2 = \frac{1}{8}$

Für $t_1 = 0$ bzw. $t_2 = \frac{1}{8}$ verläuft die Gerade durch A und B parallel zur x-Achse.

Lösung A8

$tan(\alpha) = -\frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \alpha = arctan\left(-\frac{1}{3}\right) = -18{,}43°$

Hinweis: Bei negativen Steigungen zeigt der WTR/GTR einen negativen Winkel an. Im Beispiel den Wert $-18{,}43°$. Dies ist der Winkel, den die x–Achse ***im Uhrzeigersinn*** gesehen mit der Gerade K_f einschließt. Um den Schnittwinkel, den die x–Achse ***gegen den Uhrzeigersinn*** gesehen mit der Geraden K_f einschließt, muss der WTR/GTR-Wert von $180°$ abgezogen werden.

Ergänzungswinkel : $\varphi = 180° - 18{,}43° = 161{,}57°$

Der Schnittwinkel von K_f mit der x-Achse beträgt $\varphi = 161{,}57°$.

Lösung A9

$m_g = -2; \quad m_h = 0{,}3:$

$tan(\varphi) = \left|\frac{m_g - m_h}{1 + m_g \cdot m_h}\right| = \left|\frac{-2-0{,}3}{1+(-2)\cdot 0{,}3}\right| = \left|\frac{-2{,}3}{0{,}4}\right| = \frac{23}{4}$

$\varphi = arctan^{-1}\left(\frac{23}{4}\right) = 80{,}1342°$

Der Schnittwinkel zwischen g und h beträgt etwa $80{,}1°$.

Lösung A10

a) Gerade K_f: $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$

Gerade K_g: $g(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}$

b) $K_f \cap K_g$:

$\frac{1}{2}x + 3 = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{2} \Longrightarrow x_S = -\frac{15}{7}; \quad y_S = \frac{27}{14}$

$S(-\frac{15}{7} | \frac{27}{14})$

c) $y_Q = f(3) = \frac{9}{2}; \quad Q\left(3 \middle| \frac{9}{2}\right)$

$y_P = g(3) = -\frac{3}{2}; \quad P\left(3 \middle| -\frac{3}{2}\right)$

$A = \frac{1}{2}\left(\frac{9}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right)\right) \cdot \left(3 - \left(-\frac{15}{7}\right)\right) = \frac{108}{7} = 15{,}4\ FE$

d) $tan(\alpha_1) = m_g = -\frac{2}{3}$ $\qquad \alpha_1 = arctan^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right) = 33{,}69°$

$tan(\alpha_2) = m_f = \frac{1}{2}$ $\qquad \alpha_1 = arctan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 26{,}57°$

Schnittwinkel: $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = 33{,}69° + 26{,}57° = 60{,}26°$

Alternativ über $tan(\alpha) = \left|\frac{m_f - m_g}{1 + m_f \cdot m_g}\right| = \left|\frac{\frac{1}{2} - \left(-\frac{2}{3}\right)}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)}\right| = \left|\frac{\frac{7}{6}}{\frac{4}{6}}\right| = \frac{7}{4}$

$\alpha = arctan^{-1}\left(\frac{7}{4}\right) = 60{,}26°$

e) $g(x) = -3$

$-\frac{2}{3}x + \frac{1}{2} = -3$

$-\frac{2}{3}x = -3{,}5$

$x = \frac{21}{4}$

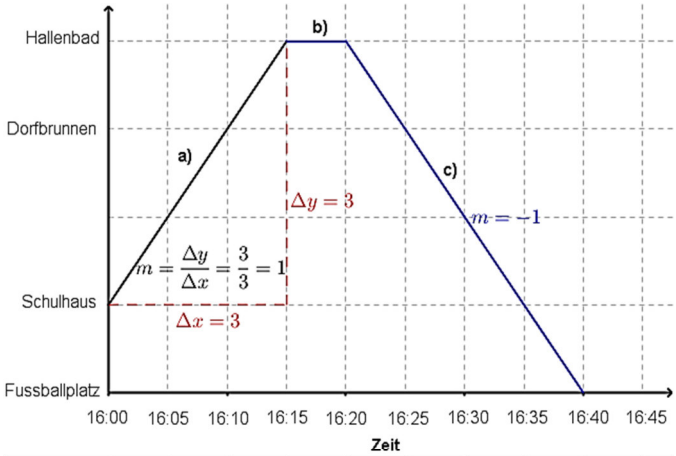
Der Punkt hat die Koordinaten $T\left(\frac{21}{4}\middle|-3\right)$.

Lösung A11

Da bei dieser Aufgabe nur die x-Achse skaliert ist, müssen für die weitere Lösung der Aufgabe „Kästchen gezählt" werden.

a) Bereits eingetragen.

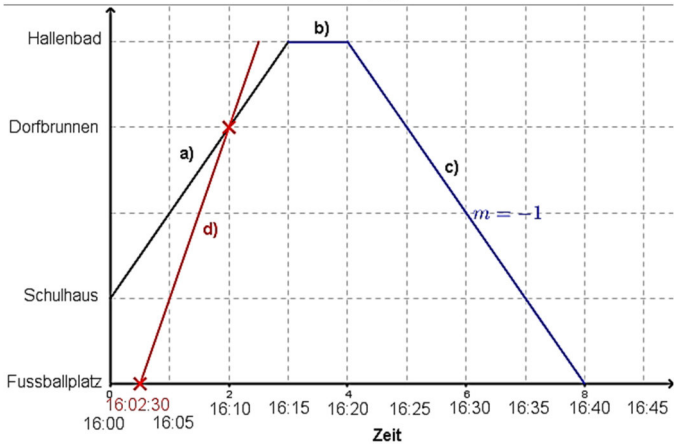
b)-c) Die weiteren Eintragungen siehe Grafik rechts.



d) Um die „Martin"-Aufgabe lösen zu können, benötigen wir zunächst die Gleichung der Geraden von Marion. Wir ermitteln aus der Grafik des Weges von a) die Steigung mit $m = 1$, der y-Achsenabschnitt ist $c = 1$. Marions Bewegungsgerade hat somit die Gleichung $g(x) = x + 1$.

Gemäß Aufgabenstellung überholt Martin Marion beim Dorfbrunnen. Dies ist in nebenstehender Grafik durch den roten x-Punkt gekennzeichnet. Martin ist doppelt so schnell wir Marion, also hat Martin die Steigung $m = 2$. Die Gerade geht durch den x-Punkt $P(2|3)$, seine Bewegungsgerade hat somit die Gleichung:

$h(x) = 2(x - 2) + 3 = 2x - 1$



Um festzustellen, wann Martin losgefahren ist, benötigen wir nun die Nullstelle seiner Bewegungsgeraden, also $2x - 1 = 0$. Dies führt zu $x = \frac{1}{2}$. Martin ist also ein halbes Kästchen nach $16{:}00$ losgefahren, das war um $16{:}02{:}30$.