Aufgabe A1

Die Geraden g_1, g_2 und g_3 sind durch folgende Gleichungen festgelegt:

$g_1(x) = 2x - 2$ $\qquad$ $g_2(x) = -\frac{2}{3}x + 8$ $\qquad$ $g_3(x) = 3$

Die Geraden bilden mit der x–Achse ein Trapez mit Inhalt $A = 24\,FE$.
Überprüfe diese Behauptung.

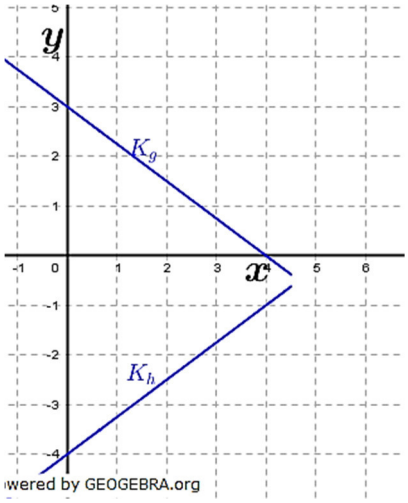
Aufgabe A2

Die nebenstehende Abbildung zeigt die Graphen K_g und K_h zweier Funktionen g und h.

a) K_g und K_h schneiden sich in S. Berechne die exakten Koordinaten von S.

b) Die Geraden bilden mit der x–Achse und der y–Achse jeweils ein Dreieck. Untersuche, ob folgende Behauptung stimmt:
Der eine Flächeninhalt ist 49-mal so groß wie der andere.

c) Berechne $g(1{,}5) - h(1{,}5)$. Interpretiere das Ergebnis.



Aufgabe A3

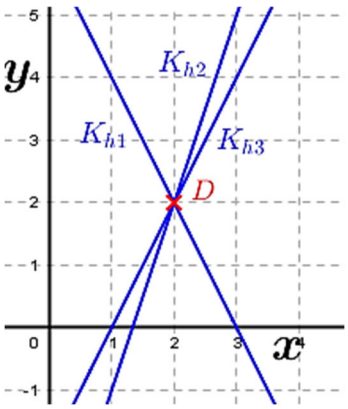
K ist der Graph der Funktion f mit $f(x) = 0{,}3x - 1{,}5;\ x \in \mathbb{R}$. Skizziere den Graph der Funktion g und beschreibe den Zusammenhang der beiden Graphen.

a) $g(x) = f(x) + 2$ $\qquad$ b) $g(x) = 2f(x)$

c) $g(x) = -f(x)$ $\qquad$ d) $g(x) = f(-x)$

Aufgabe A4

Gegeben ist die Gerade g durch die Gleichung $g(x) = 2x + 8{,}2$. Bestimme aus der Abbildung die Gerade, die parallel zu g durch den Punkt D verläuft. Bestimme die Gleichung der gesuchten Geraden. Begründe deine Wahl.



Aufgabe A5

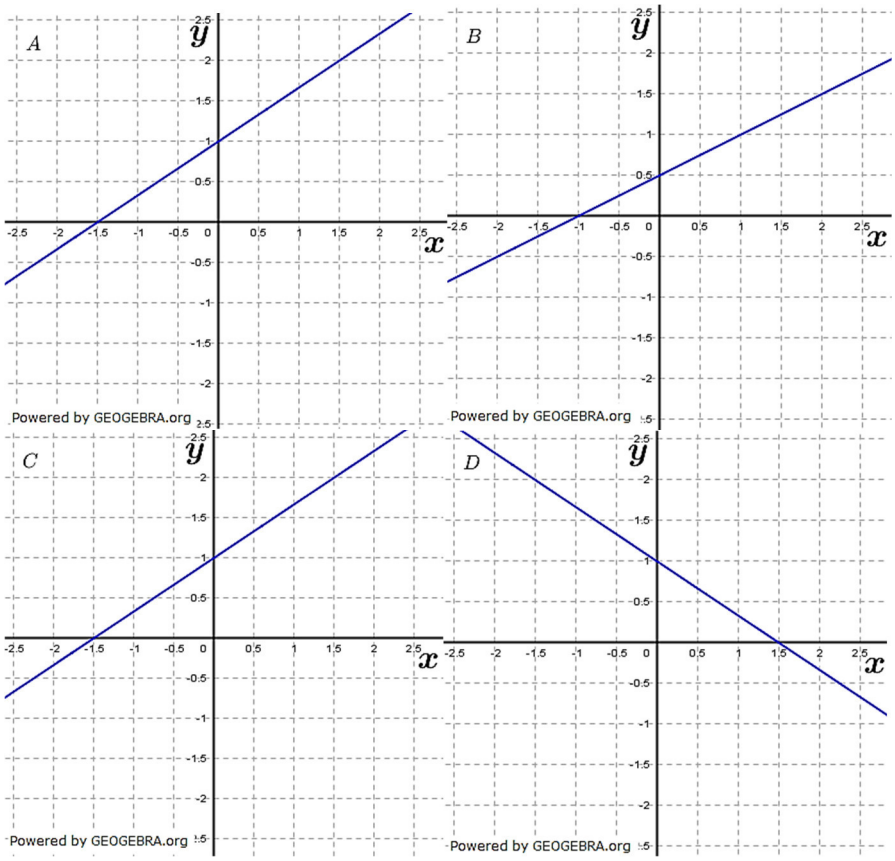
Die Wertetabelle zeigt eine lineare Funktion $f(Y1 \triangleq f(x))$. Begründe diese Aussage. Beschreibe den Verlauf des Graphen von f. Wo liegt die Nullstelle von f?

x	-1	0	1	2
$Y1$	12,5	10	7,5	5

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 4

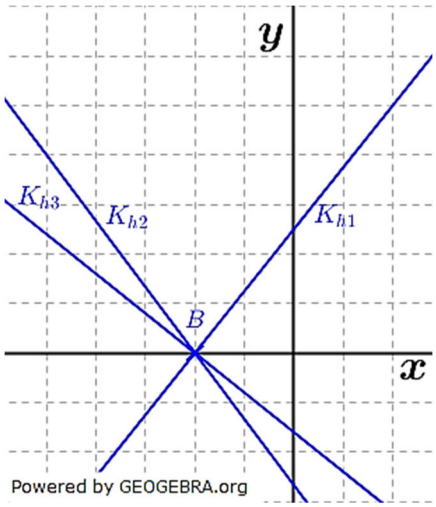
Aufgabe A6

Gegeben ist die lineare Funktion f mit $f(x) = \frac{2}{3}x + 1;\ \ x \in \mathbb{R}$. Eines der dargestellten Schaubilder gehört zu f. Welche Schaubilder können nicht zu f gehören? Begründe deine Entscheidung, indem du bei jedem nichtzutreffenden Schaubild mindestens eine Eigenschaft nennst, die mit den Funktionseigenschaften von f nicht vereinbar ist.



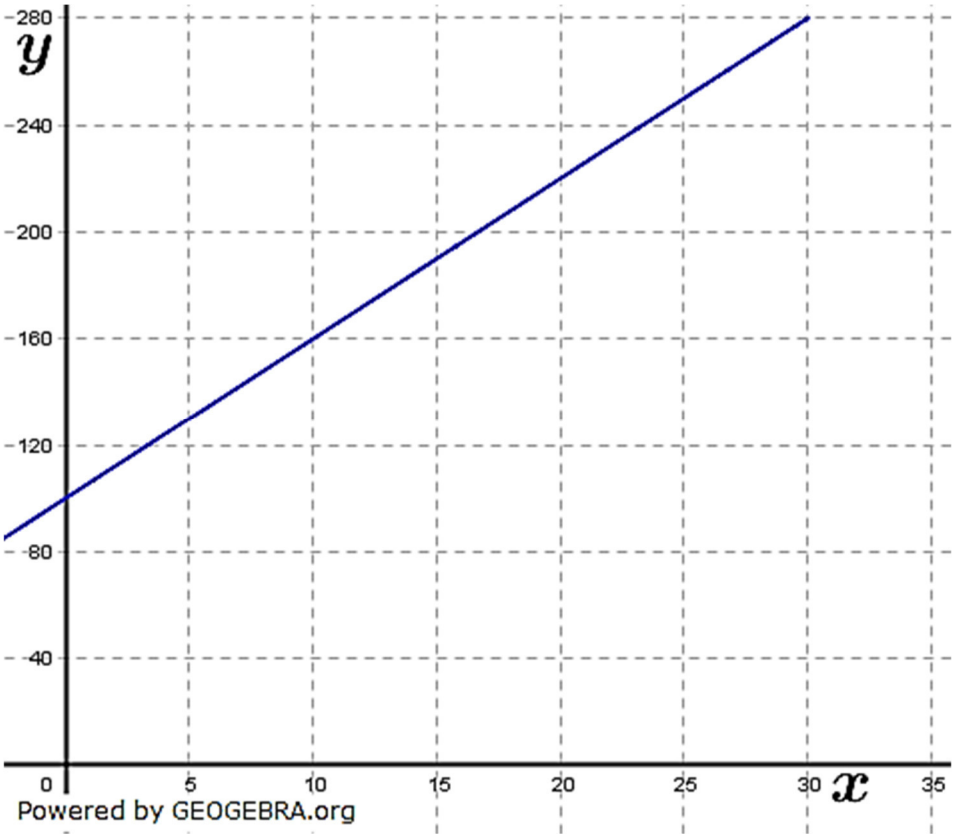
Aufgabe A7

Eine Gerade g hat die Gleichung $g(x) = \frac{3}{4}x - 12$.
Wähle eine geeignete Achseneinteilung und bestimme aus der Abbildung die Gerade, die durch den Punkt B verläuft und g senkrecht schneidet. Begründe deine Wahl.

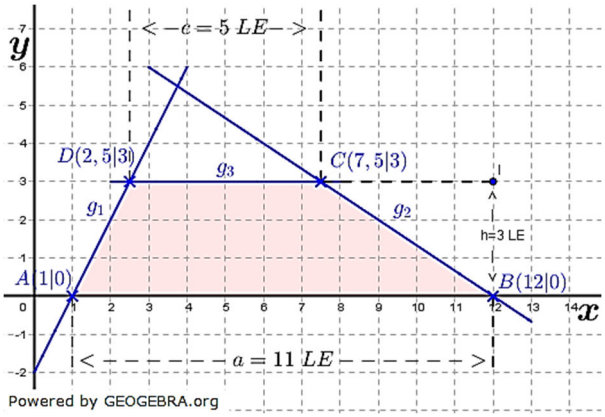


Aufgabe A8

Herr Bär bindet Bücher in Heimarbeit. Die Abbildung zeigt seine monatlichen Kosten in € bei der Herstellung von x Büchern. Stelle für Herrn Bär einen Term zur Berechnung seiner Kosten auf. Welchen Preis muss er festlegen, damit die Kosten bei einem monatlichen Absatz von 10 Büchern gedeckt sind?
Wie groß wäre sein Gewinn, wenn er 25 Bücher im Monat verkaufen würde?



Lösung A1



Wenn die drei Geraden mit der x–Achse ein Trapez bilden sollen, müssen entweder zwei der Geraden parallel sei, sprich dieselbe Steigung haben oder aber eine der Geraden ist parallel zur x–Achse.

$m_{g_1} = 2;\quad m_{g_2} = -\frac{2}{3};\quad m_{g_3} = 0.$

Somit ist $g_1 \nparallel g_2 \nparallel g_3$, $g_3 \parallel x$-Achse.

Flächenformel Trapez: $A_{Trapez} = \frac{a+c}{2} \cdot h.$

h ist der Abstand der beiden parallelen Seiten, also $h = 3$. a ist die Grundseite, also die Strecke zwischen den Nullstellen von g_1 und g_2. c ist der Abstand zwischen den Schnittpunkten von g_1 und g_2 mit g_3.

Nullstelle g_1: $N_{g_1}(1|0)$ Nullstelle g_2: $N_{g_2}(12|0) \Rightarrow a = 11$

$g_1 \cap g_3$: $S_{g_1 g_3}(2{,}5|3)$ $g_2 \cap g_3$: $S_{g_2 g_3}(7{,}5|3) \Rightarrow c = 7{,}5 - 2{,}5 = 5$

$A_{Trapez} = \frac{11+5}{2} \cdot 3 = 24$ **q.e.d.**

Lösung A2

a) $g(x) = -\frac{3}{4}x + 3$

$h(x) = \frac{3}{4}x - 4$

$g \cap h$:

$-\frac{3}{4}x + 3 = +\frac{3}{4}x - 4$

$\frac{3}{2}x = 7;\quad x_S = \frac{14}{3}$

$g\left(\frac{14}{3}\right) = -\frac{3}{4} \cdot \frac{14}{3} + 3 = -\frac{1}{2}$

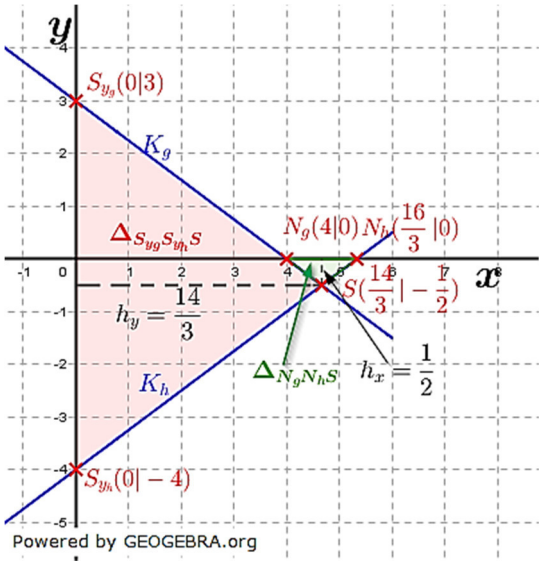
$S\left(\frac{14}{3}\middle|-\frac{1}{2}\right)$

b) $N_g(4|0);\ S_{y_g}(0|3);$

$N_h\left(\frac{16}{3}\middle|0\right);\ S_{y_h}(0|-4)$

$A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_g$

Die nebenstehende Graphik verdeutlicht die Situation:



Fläche des Dreiecks mit der x–Achse:

$g = \overline{N_g N_h} = \frac{16}{3} - 4 = \frac{4}{3};\ g_h = h_x = \frac{1}{2}$

$A_{N_gN_hS} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

Fläche des Dreiecks mit der y–Achse:

$g = \overline{S_{y_g} S_{y_h}} = 3 - (-4) = 7;\ g_h = h_y\ \frac{14}{3}$

$A_{S_{y_g}S_{y_h}S} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot \frac{14}{3} = \frac{49}{3}$

Die Behauptung stimmt.

c) $g(1{,}5) - h(1{,}5) = 1{,}875 - (-2{,}875) = 4{,}75$

Der Abstand der Punkte P und Q beträgt $4{,}75\ LE$.

$g(1{,}5) - h(1{,}5) > 0$

G verläuft in $x = 1{,}5$ oberhalb von H.

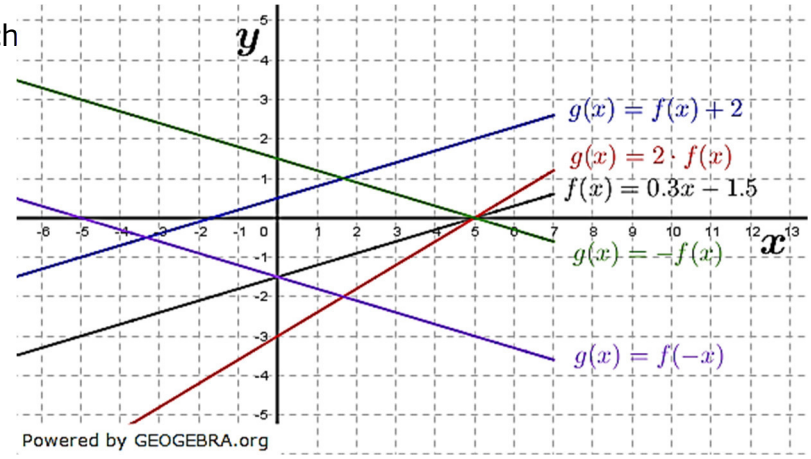
Lösung A3

a) $g(x) = 0{,}3x + 0{,}5$
Gerade um 2 Stellen nach oben verschoben.

b) $g(x) = 0{,}6x - 3$
Gerade mit Faktor $k = 2$ in y-Richtung gestreckt.

c) $g(x) = -0{,}3x + 1{,}5$
Gerade an x–Achse gespiegelt.

d) $g(x) = -0{,}3x - 1{,}5$
Gerade an y–Achse gespiegelt.



Lösung A4

Die gesucht Gerade ist die Gerade h_2. h_1 hat eine Steigung $m < 2$. h_3 ist eine fallende Gerade mit $\boldsymbol{m < 0}$.

Lösung A5

$\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ist konstant mit $-2{,}5$. Die Gerade verläuft aus dem II. Quadranten in den IV. Quadranten.
$f(x) = -2{,}5x + 10$
Nullstelle mit $f(x) = 0$:
$-2{,}5x + 10 = 0 \;\; => \;\; x = 4$
f schneidet die x–Achse in $N(4|0)$.

Lösung A6

Schaubild A gehört zur Funktion f, denn:

1) Schaubild B schneidet die y–Achse nicht in $S_y(0|1)$;
2) Die Steigung von Schaubild D ist negativ;
3) Die Steigung von Schaubild C ist nicht $\frac{2}{3}$.

Lösung A7

Die senkrechte Gerade zu g hat die Steigung $m = -\frac{4}{3}$. Eine solche Gerade durch $B(-x_B|0)$ hat die Gleichung $h(x) = -\frac{4}{3}(x + x_B) = -\frac{4}{3}x - \frac{4}{3}x_B$.
Wählt man eine 1-er Schritteinteilung, so lautet der Punkt $B(-1|0)$ und die Geradengleichung $h(x) = -\frac{4}{3}x - \frac{4}{3}$. Dies ist für K_{h_2} der Fall.
Wählt man eine 2-er Schritteinteilung, so lautet der Punkt $B(-4|0)$ und die Geradengleichung $h(x) = -\frac{4}{3}x - \frac{16}{3}$. Auch dies ist nur für K_{h_2} der Fall.

Lösung A8

Aus der Grafik lesen wir ab, dass die Fixkosten bei 100 € liegen (Schnittpunkt mit der y–Achse). Bei Herstellung von 10 Büchern entstehen laut Grafik 160 € Kosten. Die Kostenfunktion K lautet somit $K(x) = 6x + 100$.

Der Preis, der bei einem monatlichen Absatz von 10 Büchern die Kosten deckt ist $K(10) = 16\,€$.

Die Erlösfunktion E lautet bei einem Preis von 16 €/Buch $E(x) = 16x$. Die Gewinnfunktion G ist die Differenzfunktion aus Erlösfunktion minus Kostenfunktion.
$G(x) = E(x) - K(x) = 16x - 6x - 100 = 10x - 100$.
Der Gewinn bei einem Absatz von 25 Büchern/Monat ist $E(25) = 150\,€$.