

Hinweis:

In diesem Aufgabenblatt befinden sich Aufgaben zu anwendungsorientierten Themen.



Aufgabe A1

Da das Gasvolumen von der Temperatur anhängt, kann man ideale Gase (z.B. Helium) zu Temperaturmessungen verwenden. Eine Messung von Temperatur und Volumen hat folgende Werte ergeben:

t in $^{\circ}\text{C}$	0	50	100	150
V in cm^3	5	5,91	6,83	7,74

- Leiten Sie aus den Messwerten einen Term ab, der einen linearen Zusammenhang von Gasvolumen und Temperatur bestätigt.
- Bestimme die Volumina für die Temperaturen $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$; $-120\text{ }^{\circ}\text{C}$; $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- Wo schneidet die zugehörige Gerade die t -Achse? Welche Bedeutung hat dieser Schnittpunkt?
- Die allgemeine Gasgleichung lautet: $V = V_0 + \frac{V_0}{273,14} \cdot t$.
Um wie viel Prozent weicht der ermittelte Steigungswert vom Literaturwert ab?

Aufgabe A2

Ein Obstbauer liefert Äpfel der Sorte Boskop (B) und Jonathan (J) an den Großmarkt. Die Lieferungen der letzten beiden Wochen lassen sich aus der Tabelle ablesen.

	B	J
W1	400	360
W2	500	175

Der Großhändler überweist für die Lieferung der 1. Woche (W1) 294,00 €, für die Lieferung der 2. Woche (W2) 257,50 €.

Wie hoch ist jeweils der Preis pro kg für die einzelnen Apfelsorten?

Aufgabe A3

Eine Brauerei berechnet für die Auslieferung ihrer Getränkeboxen mit dem eigenen Verkaufsfahrzeug 0,80 € pro Kiste bei monatlichen Fixkosten von 840 €.

- Erstelle einen Term für die Kosten der Auslieferung von x Kisten.
- Ein Logistikunternehmen bietet die Auslieferung von Getränkeboxen für 1,15 € pro Kiste an.
Um welchen Betrag lassen sich dadurch die Kosten bei einem monatlichen Absatz von 2500 Kisten senken?
Bis zu welcher Kistenzahl sollte das Logistikunternehmen die Auslieferung übernehmen?
- Unterbreite der Brauerei zwei Angebote, sodass sich die Kosten bei einem Absatz von 4000 Kisten um 680 € reduzieren.

Aufgabe A4

Eine Bergbahn verlangt für eine Bergfahrt 4,50 €, für eine Talfahrt 3,50 €.

- Am Pfingstwochenende nimmt die Betreibergesellschaft 8100 € ein. Wie viele Berg- und Talfahrten wurden verkauft, wenn insgesamt 2100 Personen die Bergbahn benutzen?
- In der 36. Kalenderwoche betragen die Einnahmen 9400 €. Wie viele Berg- und Talfahrten wurden unter der Woche verkauft, wenn bekannt ist, dass die Zahl der Bergfahrten doppelt so groß ist wie die Zahl der Talfahrten.

Aufgabe A5

Eine Wochenzeitschrift hat eine verkaufte Auflage von 120000 Exemplaren. Der Verkaufspreis für eine Zeitschrift beträgt 2,20 €. Mit Hilfe der Marktforschung stellt der Verlag fest, dass sich bei einer Preissenkung von 0,20 € die Auflage um 5000 Exemplare erhöhen lässt. Bei einer Preiserhöhung von 0,20 € verliert man 5000 Käufer.

- Berechne den Preis bei einer Auflage von 140000 Exemplaren. Welcher Stückpreis ergibt sich bei einer Auflage von x Exemplaren?
- Welche Auflage kann der Verlag erwarten, wenn er den Preis der Zeitschrift auf 1,50 € senkt?

Aufgabe A6

In einem Betrieb werden aus den Rohstoffen $R1$ und $R2$ die Endprodukte $E1$ und $E2$ hergestellt. Die Tabelle beschreibt den Materialfluss pro Mengeneinheit (ME).

	$E1$	$E2$
$R1$	5	1
$R2$	2	3

Der Betrieb hat zur Zeit jeweils 780 ME von $R1$ und $R2$ auf Lager. Wie viele Endprodukte kann man davon produzieren?

Aufgabe A7

Die Schüler der Jahrgangsstufe 1 und 2 feiern ein Fest. Die Kosten betragen 1050 €. Auf grund des unterschiedlichen Einsatzes bei der Vorbereitung werden die Kosten unterschiedlich verteilt. Zahlt jeder Schüler der Stufe 1 einen Betrag von 6,25 €, jeder Schüler der Stufe 2 einen Betrag von 7,50 €, ergibt sich ein Fehlbetrag von 191,25 €. Erhöht man die zu bezahlenden Beträge auf 7,50 € und 10 €, so entsteht ein Überschuss von 32,50 €.

Wie viele Schüler sind in der Stufe 1 und in der Stufe 2?

Lösung A1

- a) Der Zusammenhang zwischen Temperatur und Volumen ergibt sich aus der Messtabelle mit

$$m = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{6,83 - 5,91}{100 - 50} = 0,0184.$$

Mit $V(0) = 5 = V_0$ erhalten wir den Funktionsterm $V(t) = 0,0184t + 5$.

- b) Über den aufgestellten Funktionsterm lassen sich die angeforderten Werte berechnen zu:

t in °C	-50	-120	-200
V in cm^3	4,08	2,79	1,32

- c) Bedingung für die Nullstelle: $V(t) = 0$.

$$0 = 0,0184t + 5 \Rightarrow t = -273,74.$$

Die Gerade schneidet die t -Achse bei $-273,74$.

Man bezeichnet $-273,74^\circ\text{C}$ als den **absoluten Nullpunkt**.

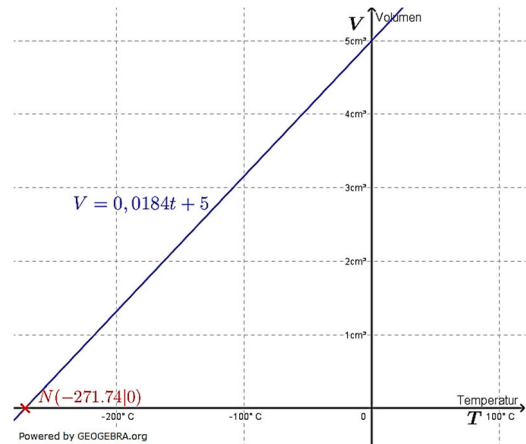
Im theoretischen absoluten Nullpunkt ($-273,14^\circ\text{C}$) wäre das Volumen gleich null, was in der Praxis jedoch nicht erreichbar ist.

- d) Mit dem gegebenen $V_0 = 5$ ergibt sich für die allgemeine Gasgleichung:

$$V = V_0 + \frac{V_0}{273,14} \cdot t, \text{ die Steigung } m = \frac{V_0}{273,14} = \frac{5}{273,14} \approx 0,01830.$$

Der Vergleich der Steigung $m = 0,0184$ aus Teilaufgabe a) ergibt eine Abweichung von 0,0001.

Der ermittelte Steigungswert weicht um 0,54% vom Literaturwert ab.



Lösung A2

Wir setzen für den Preis von 1 kg Boskop-Äpfeln (B) die Variable x und für 1 kg von Jonathan-Äpfeln (J) die Variable y . Für die einzelnen Überweisungen gilt dann:

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & 400x + 360y = 294,00 \quad (\text{Woche 1}) \quad | \quad \cdot 5 \\ \text{(II)} & 500x + 175y = 257,50 \quad (\text{Woche 2}) \quad | \quad \cdot 4 \end{array}$$

$$\text{(I)} \quad 2000x + 1800y = 1470,00$$

$$\text{(II)} \quad 2000x + 700y = 1030,00$$

$$\text{(I)} - \text{(II)}$$

$$\begin{array}{ll} 0x + 1100y = 440,00 & | :1100 \\ y = 0,4 & \end{array}$$

$$y \rightarrow \text{(I)}$$

$$\begin{array}{ll} 400x + 360 \cdot 0,4 = 294,00 & | -144 \\ 400x = 150 & | :400 \\ x = 0,375 & \end{array}$$

Der Obstbauer erhält für 1 kg Boskop 0,375 €, für 1 kg Jonathan 0,40 €.

Lösung A3

- a) *Kostenfunktion der Brauerei:*

Wir setzen für die Anzahl der auszuliefernden Kisten die Variable x . Die Kostenfunktion lautet dann:

$$K_B(x) = 0,8x + 840$$

- b) *Kostenfunktion des Logistikunternehmens:*

Wir setzen für die Anzahl der auszuliefernden Kisten die Variable x . Die Kostenfunktion lautet dann:

$$K_L(x) = 1,15x$$

Einsparungspotenzial bei 2500 Kisten:

Wir berechnen die Differenz von $K_L(x)$ und $K_B(x)$.

$$K_L(x) - K_B(x) = 1,15x - 0,8x - 840$$

$$K_L(x) - K_B(x) = 0,35x - 840$$

Wir berechnen die Differenz für 2500 Kisten:

$$K_L(2500) - K_B(2500) = 0,35 \cdot 2500 - 840 = 35$$

Die Brauerei kann monatlich 35 € sparen, wenn sie die Auslieferung der 2500 Kisten selbst übernimmt.

Grenze der Kistenanzahl für Auslieferung durch Logistikunternehmen:

Hierunter verstehen wir den Break-Even-Point, das ist der Punkt, zu dem die Kosten der Auslieferung durch die Brauerei und durch das Logistik-Unternehmen gleich groß sind. Wir erhalten diesen Punkt über den Schnittpunkt der beiden Kostenfunktionen.

$$K_B(x) \cap K_L(x)$$

$$0,8x + 840 = 1,15x \quad | \quad -0,8x$$

$$0,35x = 840 \quad | \quad :0,35$$

$$x = 2400$$

Das Logistikunternehmen sollte die Auslieferung bis zu einer Anzahl von 2400 Kisten übernehmen.

- c) *Kosten der Brauerei bei 4000 Kisten:*

$$K_B(4000) = 0,8 \cdot 4000 \text{ €} + 840 \text{ €} = 4040 \text{ €}$$

Kosten bei Vergabe an Fremdunternehmen:

$$K_F(4000) = K_B(4000) - 680 \text{ €} = 4040 \text{ €} - 680 \text{ €} = 3360 \text{ €}$$

$$\text{Kosten pro Kiste: } \frac{3360 \text{ €}}{4000} = 0,84 \text{ € / Kiste}$$

Angebot 1: 0,84 € pro Kiste.

Alternativ z. B. Fixkosten von 560,00 €:

$$\text{Kosten pro Kiste: } \frac{3360 \text{ €} - 560,00 \text{ €}}{4000} = 0,70 \text{ € / Kiste}$$

Angebot 2: 0,70 € pro Kiste zuzüglich Fixkosten von 560,00 €.

Lösung A4

- a) Die Anzahl der Bergfahrten sei x , dann gilt:

Anzahl der Talfahren: $2100 - x$.

$$\text{Erlös für 2100 Personen: } 4,5 \cdot x + (2100 - x) \cdot 3,50 = 8100$$

$$x + 7350 = 8100$$

$$x = 750$$

Es wurden 750 Bergfahrten und 1350 Talfahrten verkauft.

- b) Die Anzahl der Bergfahrten sei x , die der Talfahrten sei y , dann gilt:

$$x = 2y.$$

$$\text{Erlös: } 94000$$

$$4,5 \cdot 2y + 3,5 \cdot y = 9400$$

$$8y = 9400 \quad | :9$$

$$y = 752$$

Es wurden 752 Bergfahrten und 1504 Talfahrten verkauft.

Lösung A5

- a) Zunächst ermitteln wir zwei Punkte von Auflagehöhe und Stückpreis:

$$P_1(120000|1,20) \text{ und } P_2(140000|1,40).$$

Mit Hilfe dieser beiden Punkte bestimmen wir die Gleichung der Absatzgeraden:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2,2 - 1,4}{120000 - 140000} = -\frac{0,8}{20000} = -\frac{1}{250000}$$

$$y = -\frac{1}{250000} \cdot (x - 120000) + 2,2 \quad | \text{ Punkt-Steigungsformel}$$

$$y = -\frac{1}{250000}x + 7$$

- b) Auflagenhöhe bei Preis von 1,5 €:

$$1,5 = -\frac{1}{250000}x + 7 \quad | -7; \cdot -250000$$

$$x = 137500$$

Der Verlag kann mit einer Auflage von 137500 Exemplaren rechnen.

Lösung A6

Die Anzahl erzeugter Produkte von E1 sei x ME, die von E2 sei y ME, dann gilt:

$$780 \text{ ME von R1: (1) } 5x + y = 780 \quad | \cdot 3$$

$$780 \text{ ME von R2: (2) } 2x + 3y = 780$$

$$(1) \quad 15x + 3y = 2340$$

$$(2) \quad 2x + 3y = 780$$

$$(1)-(2) \quad 13x = 1560 \quad | :13$$

$$x = 120$$

$$x \rightarrow (1) \quad 5 \cdot 120 + y = 780 \quad | -600$$

$$y = 180$$

Man kann 120 ME von E1 und 180 ME von E2 produzieren.

Lösung A7

Die Anzahl Schüler Stufe 1 sei x , die von Stufe 2 sei y , dann gilt:

$$\text{Eingesammelter Geldbetrag Fall 1: } 1050 - 191,25 = 858,75$$

$$\text{Eingesammelter Geldbetrag Fall 1: } 1050 + 32,5 = 1082,50$$

$$\text{Gleichung Fall (1) } 6,25x + 7,5y = 858,75 \quad | \cdot \frac{4}{3}$$

$$\text{Gleichung Fall (2) } 7,5x + 10y = 1082,50$$

$$(1) \quad \frac{25}{3}x + 10y = 1145$$

$$(2) \quad 7,5x + 10y = 1082,50$$

$$(1)-(2) \quad \frac{5}{6}x = 62,50 \quad | \cdot \frac{6}{5}$$

$$x = 75$$

$$x \rightarrow (2) \quad 7,5 \cdot 75 + 10y = 1082,50 \quad | -562,50; :10$$

$$y = 52$$

Die Stufe 1 hat 75 Schüler, die Stufe 2 hat 52 Schüler.