Lösung A1

a) Fixe Kosten:
Die Fixkosten lesen wir im Schnittpunkt der Kostenfunktion mit der-Achse ab. Sie betragen $450\,€$.
Variable Stückkosten:
Die variablen Stückkosten ergeben sich aus der Steigung der Kostenfunktion. Aus der Graphik lesen wir $m = 0{,}5\,€/Stck.$ ab.
Damit ergibt sich die Kostenfunktion zu $K(x) = 0{,}5x + 450$.

b) Kosten bei 175 Mengeneinheiten ist $K(175)$.
$K(175) = 0{,}5 \cdot 175{,}00 + 450 = 537{,}50$
Damit kein Verlust entsteht, müssen die Erlöse mindestens die Kosten decken. Die Erlösfunktion lautet $E(x) = a \cdot x$ mit a als Verkaufspreis pro Stück.
$E(175) = a \cdot 175 = 537{,}50 \quad | \quad :175$
$a = 3{,}07$
Der Stückpreis muss mindestens $3{,}07\,€$ betragen.

Lösung A2

a) Aus der Graphik lesen wir ab:
Kosten für 1000 Stück: $K(1000) = 600\,€$
Kosten für 4000 Stück: $K(4000) = 1200\,€$
Variable Kosten / Stück $m = \frac{1200-600}{4000-1000} = \frac{600}{3000} = 0{,}20\,€$ / Stück.
Kostenfunktion (Gesamt): $K(x) = 0{,}2(x - 1000) + 600$
$K(x) = 0{,}2x + 400$
Fixkosten: $400\,€$

b) Aus der Graphik lesen wir ab:
Erlös für 4000 Stück: $E(4000) = 1200\,€$
Erlös für 2500 Stück: $E(2500) = 600\,€$
Erlösfunktion: $E(x) = \frac{1200-600}{4000-2500} \cdot x + c = 0{,}4 \cdot x + c$
$E(x) = 0{,}4(x - 4000) + 1200$
$E(x) = 0{,}4x - 400$
Schnittpunkt $S_1(1750|750)$; $S_2(4000|1200)$
Für $1750 < x < 4000$ entsteht ein Verlust, da $E(x) < K(x)$
Für $2500 < x < 2875$ gilt $E(x) < 750$. Braucht ein Kunde z.B. 2000 Bälle, so wird er mehr als 2500 (bis max. 2875) Bälle zu einem günstigeren Preis erwerben.

Lösung A3

a) *Kostenfunktion der Brauerei:*
Wir setzen für die Anzahl der auszuliefernden Kisten die Variable x. Die Kostenfunktion lautet dann:
$K_B(x) = 0{,}8x + 840$

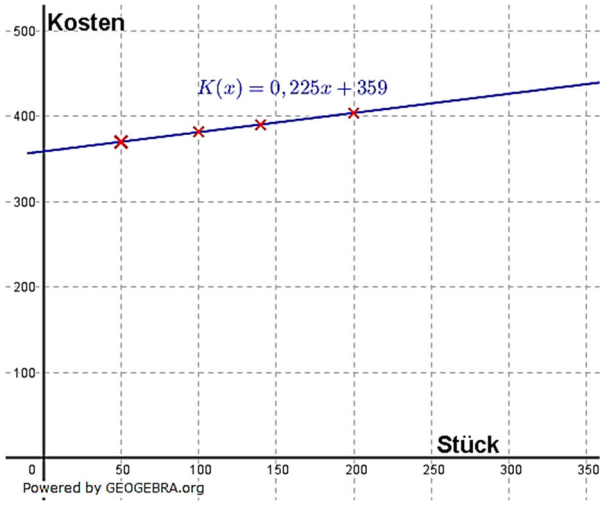
b) *Kostenfunktion des Logistikunternehmens:*
Wir setzen für die Anzahl der auszuliefernden Kisten die Variable x. Die Kostenfunktion lautet dann:
$K_L(x) = 1{,}15x$
Einsparungspotenzial bei 2500 *Kisten:*

Wir berechnen die Differenz von $K_L(x)$ und $K_B(x)$.
$K_L(x) - K_B(x) = 1{,}15x - 0{,}8x - 840$
$K_L(x) - K_B(x) = 0{,}35x - 840$
Wir berechnen die Differenz für 2500 Kisten:
$K_L(2500) - K_B(2500) = 0{,}35 \cdot 2500 - 840 = 35$
Die Brauerei kann monatlich 35 € sparen, wenn sie die Auslieferung der 2500 Kisten selbst übernimmt.
Grenze der Kistenanzahl für Auslieferung durch Logistikunternehmen:
Hierunter verstehen wir den Break-Even-Point, das ist der Punkt, zu dem die Kosten der Auslieferung durch die Brauerei und durch das Logistik-Unternehmen gleich groß sind. Wir erhalten diesen Punkt über den Schnittpunkt der beiden Kostenfunktionen.
$K_B(x) \cap K_L(x)$
$0{,}8x + 840 = 1{,}15x \quad | \quad -0{,}8x$
$0{,}35x = 840 \quad | \quad :0{,}35$
$x = 2400$
Das Logistikunternehmen sollte die Auslieferung bis zu einer Anzahl von 2400 *Kisten übernehmen.*

c) *Kosten der Brauerei bei* 4000 *Kisten:*
$K_B(4000) = 0{,}8 \cdot 4000\,€ + 840\,€ = 4040\,€$
Kosten bei Vergabe an Fremdunternehmen:
$K_F(4000) = K_B(4000) - 680\,€ = 4040\,€ - 680\,€ = 3360\,€$
Kosten pro Kiste: $\frac{3360\,€}{4000} = 0{,}84\,€$ / Kiste
Angebot 1: $0{,}84\,€$ pro Kiste.
Alternativ z. B. Fixkosten von $560{,}00\,€$:
Kosten pro Kiste: $\frac{3360\,€ - 560{,}00\,€}{4000} = 0{,}70\,€$ / Kiste
Angebot 2: $0{,}70\,€$ pro Kiste zuzüglich Fixkosten von $560{,}00\,€$.

Lösung A4

a) und b)
Die Regressionsfunktion des WTR liefert $K(x) = 0{,}225x + 359$.



c) Stückkosten bei *140* Stück:
$K(140) = 0{,}225 \cdot 140 + 359$
$= 390{,}50\,€$
1 Stück: $\frac{390{,}50\,€}{140} = 2{,}786\,€$
Stückkosten hohe Stückzahlen:
1 Stück: $\frac{0{,}225\,€ \cdot \infty + 359}{\infty}$
Wegen $lim_{x \to \infty} \frac{359}{\infty} = 0$ streben die Kosten für hohe Stückzahlen gegen die variablen Stückkosten von $0{,}225\,€ \,/\, Stck$.

d) $E(x) = 5{,}2x$
Ansatz: $E(x) = K(x)$
$5{,}2x = 0{,}225x + 359 \implies x = 72{,}16$
Die Gewinnschwelle liegt bei 73 *Stück.*

Lösung A5

$80\,l = 0{,}08\,m^3$

Füllhöhe: $h = \frac{V}{A} = \frac{0{,}08m^3}{1m^2} = 0{,}08m = 8\,cm$

Die Wasserstand der Tonne steigt um $8\,cm/Std.$

$150\,l = 1{,}5\,m^3$ Anfangsbestand entspricht einer Höhe von $15\,cm$.

t in Stunden; $h(t)$ in cm: $h(t) = 8t + 15$.

Bei gebaucht oder kegelförmig ist der Anstieg nicht mehr linear, da die Erhöhung nicht mehr proportional zur Zeit ist.

Lösung A6

a) Das verfügbare Einkommen sei x.
Die Konsumfunktion sei K.
Zwei Punkte sind gegeben: $P(1000|900)$; $Q(1800|1460)$
$K(x) = mx + c \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1460-900}{1800-1000} = 0{,}7$
$K(x) = 0{,}7(x - 1000) + 900 = 0{,}7x + 200$
$m = 0{,}7 = 70\%$ bedeutet 70% des Zuwachses werden für den Konsum ausgegeben.

b) $K(800) = 750$; $K(2500) = 1950$; $K(4000) = 3000$;

c) Konsumquote bei Einkommen x: $800 \triangleq 95\%$
$2500 \triangleq 78\%$
$4000 \triangleq 75\%$
Je höher das Einkommen, desto mehr nähert sich die Konsumquote 70% an.

d) Sparleistung S in Abhängigkeit vom Einkommen x.
Funktionsterm: $S(x) = x - K(x) = x - 0{,}7x - 200 = 0{,}3x - 200$
Nullstelle von $S(x)$: $0{,}3x - 200 = 0 \implies x = 666{,}60\,€$
D. h. erst ab einem Einkommen von mehr als $666{,}60\,€$, kann ein Individuum etwas sparen (Existenzminimum).

Lösung A7

a) Federkonstante D in $\frac{N}{cm}$ bei der Feder F_2:
$$D = \frac{50}{4} = 12{,}5$$
Mathematisch: D ist die Steigung der Geraden
Physikalisch: D ist die Federkonstante. Wird die Feder um $1\,cm$ ausgedehnt, so ist eine Kraft von $12{,}5\,N$ notwendig.

b) F_G (in N) in Abhängigkeit von der Auslenkung s (in cm).
Für die Feder F_1: $F_G(s) = 25s$
Für die Feder F_2: $F_G(s) = 12{,}5s$

c) Für $1\,m$ ist keine Aussage möglich, da die Feder u. U. überspannt ist.

d) Die unterschiedlichen Federkonstanten für die Federn F_1 und F_2 stehen für die unterschiedlichen Härten der beiden Federn.

Lösung A8

a) $U(25) = 2000 - 1{,}17 \cdot 25 = 1970{,}75$
Der Spannungsabfall beträgt $29{,}25\,V$.

b) Nullstelle von $U(I)$:
$I_0 = 1709$.
Physikalische Bedeutung: Die maximale Stromstärke beträgt $1709\,A$.