Hinweis:

In diesem Aufgabenblatt befinden sich Aufgaben zu linearen Funktionen *mit Parameter* (Geradenscharen, Geradenbüschel).

Aufgabe A1

Für jedes $t \in \mathbb{R}$ ist die lineare Funktion f_t gegeben. Zeichne die Schaubilder von f_t für $t \in \{-2; 0; 0{,}5; 2\}$.

a) $f_t(x) = tx - 1 + 3t$

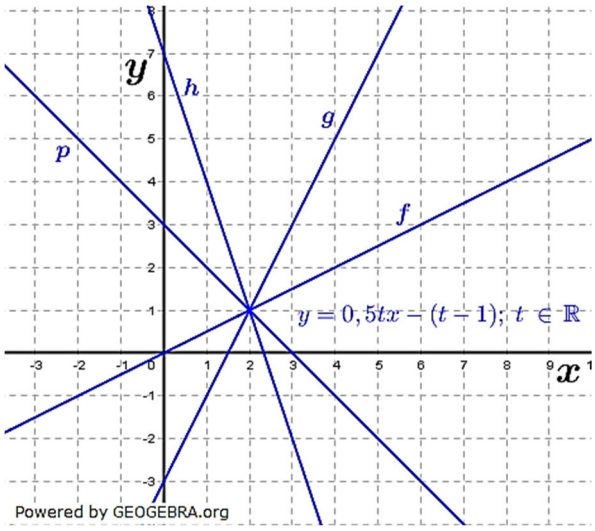
b) $f_t(x) = 0{,}5x - (t+1)^2$

c) $f_t(x) = \frac{2}{3}t(x-4)$

d) $f_t(x) = -2tx + 3t$

Aufgabe A2

Die Abbildung zeigt das Schaubild von f_t mit $f_t(x) = 0{,}5tx - (t-1); x \in \mathbb{R}$ für verschiedene Werte von t. Ordne jeder Geraden einen Parameter zu.



Aufgabe A3

Welche Wirkung hat der Parameter t auf das Schaubild K_t von f_t?
Gibt es Gemerinsamkeiten?

a) $f_t(x) = t(x-2)$

b) $f_t(x) = -4x + t + 2$

Aufgabe A4

Gegeben ist die Funktion f_t mit $f_t(x) = tx + \frac{3t-9}{2}$; $x \in \mathbb{R}, t \neq 0$.
Finde gemeinsame Eigenschaften aller Schaubilder K_t von f_t.

Aufgabe A5

Eine Ursprungsgerade durch $B(2t|2t^2)$ und eine Gerade durch B mit der Steigung $m = -3t^2$ bilden mit der x–Achse ein Dreieck. Für welche Wahl von t ist das Dreieck rechtwinklig?

Aufgabe A6

K_t ist für $t \neq 0$ das Schaubild der Funktion f_t mit $f_t(x) = tx - \frac{t^2}{2}; x \in \mathbb{R}$.

a) Zeichne K_t für $t \in \{-2; -1; 1; 2\}$.
b) Berechne die Schnittpunkte von K_t mit den Koordinatenachsen.
c) Zeige: Es gibt kein t, sodass K_t durch den Punkt $A(0|2)$ verläuft.

Aufgabe A7

K_t ist das Schaubild von f_t mit $f_t(x) = -3x + \frac{4}{t}; x \in \mathbb{R},\ t \in \mathbb{R}^*$.

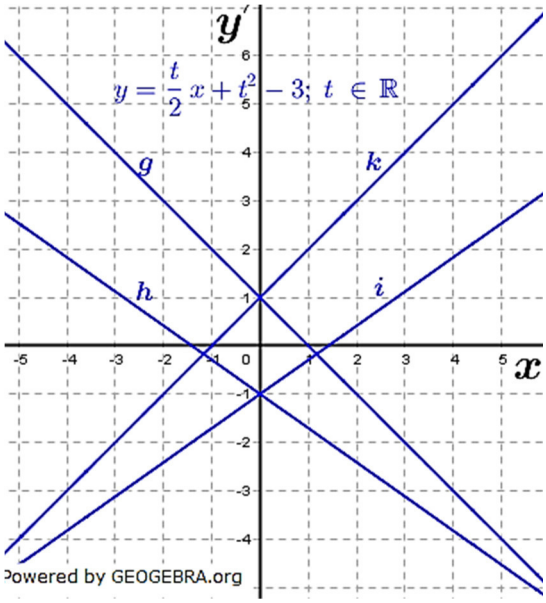
a) Zeichne K_t für $t \in \{-4; -2; \frac{2}{3}; 1\}$.
b) Berechne die Schnittpunkte von K_t mit den Koordinatenachsen.
c) Für welchen Wert von t schneidet K_t die 1. Winkelhalbierende an der Stelle $x = 3$?

Aufgabe A8

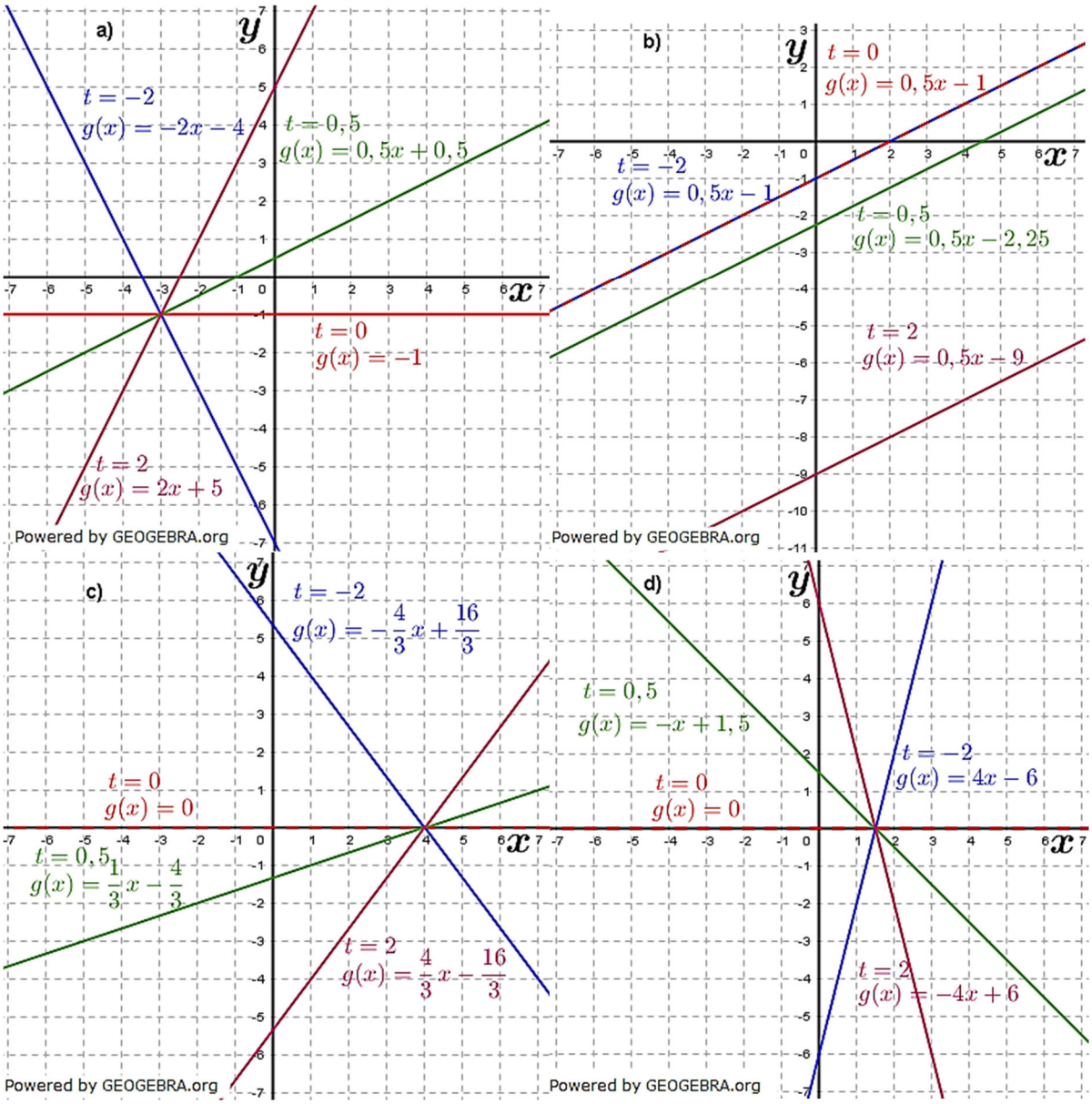
K_t ist das Schaubild von f_t mit.

$$f_t(x) = \frac{t}{2}x + t^2 - 3; x \in \mathbb{R}, t \neq 0.$$

Ordne jeder Geraden einen Parameterwert zu. Finde gemeinsame Eigenschaften. Unterscheide $t > 0$ und $t < 0$.



Lösung A1



Lösung A2

f: $m=0{,}5 \Rightarrow 0{,}5t=0{,}5 \Rightarrow t=1 \Rightarrow c=0$
g: $m=2 \Rightarrow 0{,}5t=2 \Rightarrow t=4 \Rightarrow c=-3$
h: $m=-3 \Rightarrow 0{,}5t=-3 \Rightarrow t=-6 \Rightarrow c=7$
p: $m=-1 \Rightarrow 0{,}5t=-1 \Rightarrow t=-2 \Rightarrow c=3$

Lösung A3

a) Wirkung von t: Streckung von K_t mit dem Faktor $k=t$ in y–Richtung.
Alle Schargeraden K_t laufen durch den Punkt $N(2|0)$.

b) Wirkung von t: Verschiebung von K_t um t Einheiten in y–Richtung.
Alle Schargeraden K_t sind parallel zueinander mit der Steigung $m=-4$. Sie haben keinen Punkt gemeinsam.

Lösung A4

$f_t(x) = tx + \frac{3t-9}{2} = tx + \frac{3t}{2} - \frac{9}{2} = t\left(x + \frac{3}{2}\right) - \frac{9}{2}$

Gemeinsamer Punkt aller Schargeraden ist $P(-\frac{3}{2}|-\frac{9}{2})$.

Alle Schargeraden verlaufen aus dem III. Quadranten in den I. Quadranten wachsend, für $t > 0$ und aus dem II. Quadranten in den IV. Quadranten fallend für $t < 0$.

Lösung A5

Ursprungsgerade g durch $B(2t|2t^2)$:

$g(x) = \frac{2t^2}{2t}x = tx$

Gerade h durch B mit der Steigung $m = -3t^2$:

$h(x) = -3t^2(x - 2t) + 2t^2$ | Punkt-Steigungsformel

$h(x) = -3t^2x + 6t^3 + 2t^2$

Das Dreieck ist rechtwinklig, wenn $m_g \cdot m_h = -1$.

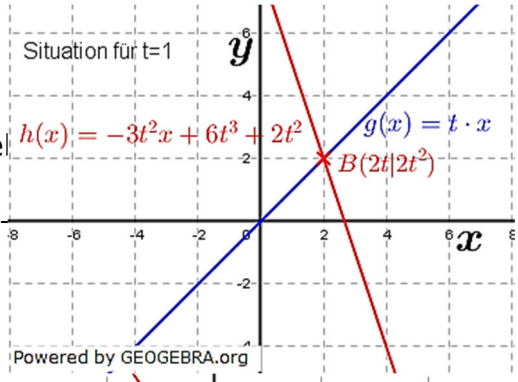
$t \cdot (-3t^2) = -1$

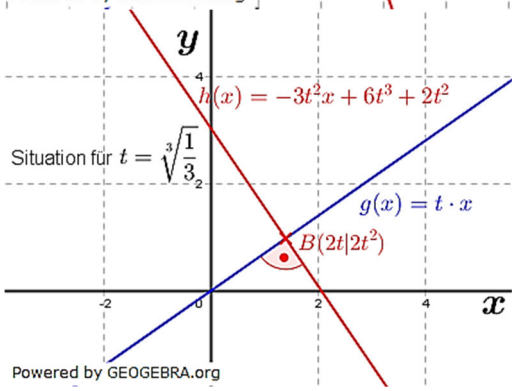
$3t^3 = 1$

$t^3 = \frac{1}{3}$

$t = \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$

Für $t = \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$ ist das Dreieck rechtwinklig.





Lösung A6

a) Siehe Graphik rechts.

b) $t = -2$:

$-2x - 2 = 0 \;=>\; x = -1$

$N_{-2}(-1|0) \quad S_{y_{-2}}(0|-2)$

$t = -1$:

$-x - 0{,}5 = 0 \;=>\; x = -0{,}5$

$N_{-1}(-0{,}5|0) \quad S_{y_{-1}}(0|-0{,}5)$

$t = 1$:

$x - 0{,}5 = 0 \;=>\; x = 0{,}5$

$N_1(0{,}5|0) \quad S_{y_1}(0|-0{,}5)$

$t = 2$:

$2x - 2 = 0 \;=>\; x = 1$

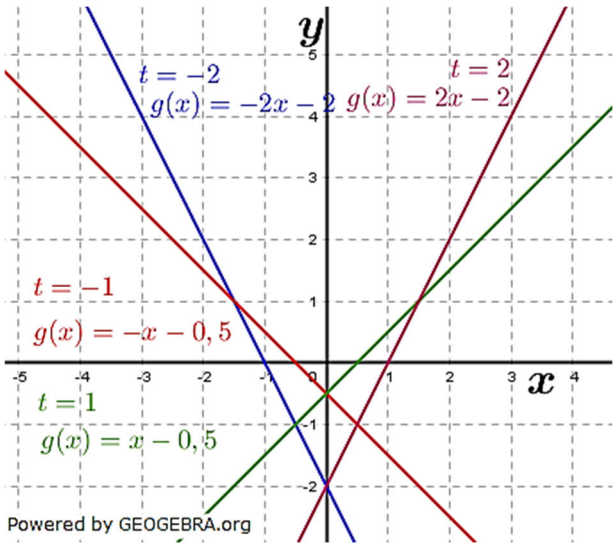
$N_2(1|0) \quad S_{y_2}(0|-2)$

c) $-\frac{t^2}{2} = 2$

$-t^2 = 4$

$t^2 = -4$

$\mathbb{L} = \{\}$



Lösung A7

a) Siehe Graphik rechts.

b) $t = -4$:

$-3x - 1 = 0 \;=>\; x = -\frac{1}{3}$

$N_{-4}\left(-\frac{1}{3}\middle|0\right) \quad S_{y_{-4}}(0|-1)$

$t = -2$:

$-3x - 2 = 0 \;=>\; x = -\frac{2}{3}$

$N_{-2}\left(-\frac{2}{3}\middle|0\right) \quad S_{y_{-2}}(0|-2)$

$t = \frac{2}{3}$:

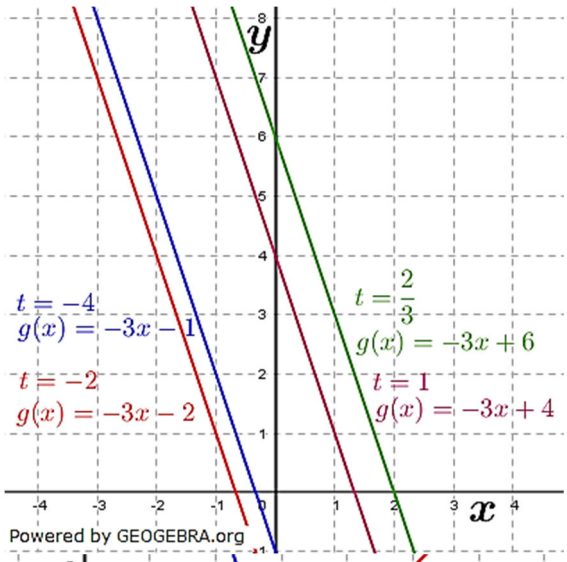
$-3x + 6 = 0 \;=>\; x = 2$

$N_{\frac{2}{3}}(2|0) \quad S_{y_{\frac{2}{3}}}(0|6)$

$t = 1$:

$-3x + 4 = 0 \;=>\; x = \frac{4}{3}$

$N_1\left(\frac{4}{3}\middle|0\right) \quad S_{y_1}(0|4)$



c) 1. Winkelhalbierende:

$w_1(x) = x$

$w_1(3) = 3$

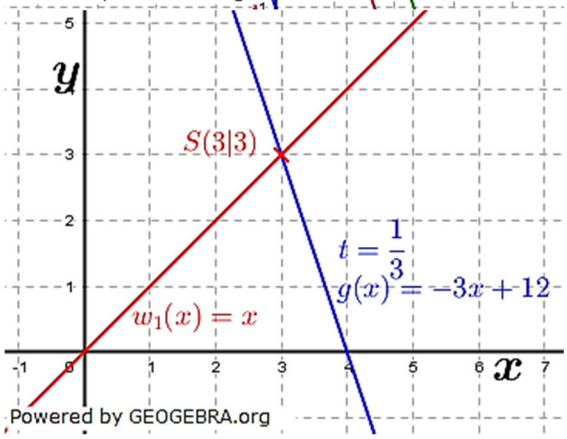
Schnittpunkt von $f_t(x)$ und $w_1(x)$ soll $S(3|3)$ sein.

$f_t(3) \cap w_1(3)$

$-3 \cdot 3 + \frac{4}{t} = 3$

$\frac{4}{t} = 12$

$4 = 12t \;=>\; t = \frac{1}{3}$



Lösung A8

$f_t(x) = \frac{t}{2}x + t^2 - 3$

Steigung der Schargeraden ist $m = \frac{t}{2}$. Der y–Achsenabschnitt ist $c = t^2 - 3$.

g: $\quad m_g = -1 \;\Rightarrow\; 0{,}5t = -1 \;\Rightarrow\; t = -2 \quad S_y(0|1)$

h: $\quad S_y(0|-1) \Rightarrow t^2 - 3 = -1 \;\Rightarrow\; t = \pm\sqrt{2}$. Wegen $m_h < 0$ gilt $t = -\sqrt{2}$.

i: $\quad S_y(0|-1) \Rightarrow t^2 - 3 = -1 \;\Rightarrow\; t = \pm\sqrt{2}$. Wegen $m_i > 0$ gilt $t = +\sqrt{2}$.

k: $\quad m_k = 1 \;\Rightarrow\; 0{,}5t = 1 \;\Rightarrow\; t = 2$

Gemeinsame Eigenschaften:

Schnittpunkte von K_t mit der y–Achse: $\quad S_y(0|t^2 - 3)$

Für den y–Wert des Punktes S_y gilt: $\quad y > -3$

Für $t > 0$: $\quad K_t$ ist steigend.

Für $t < 0$: $\quad K_t$ ist fallend.