Lösung A1

Lösungshilfe:

Eine quadratische Gleichung liegt nur dann vor, wenn die Variable x höchstens im Quadrat (x^2) vorkommt. Kommt die Variable x nicht im Quadrat vor, liegt auch keine quadratische Gleichung vor.
Eine lineare Gleichung liegt nur dann vor, wenn die Variable x ohne Potenz (Potenz = „1") vorkommt.

a) $f(x) = 2x$ ist eine lineare Funktionsgleichung.
b) $f(x) = x^2 + 2$ ist eine quadratische Funktionsgleichung.
c) $f(x) = -x + \left(\frac{1}{2}\right)^2$ ist eine lineare Funktionsgleichung.
d) $f(x) = x^2 + 0{,}5$ ist eine quadratische Funktionsgleichung.
e) $f(x) = 3x + 2^2$ ist eine lineare Funktionsgleichung.
d) $f(x) = 3x^2 + 2$ ist eine quadratische Funktionsgleichung.

Lösung A2

Lösungshilfe:

Ein Punkt liegt dann auf der Normalparabel (mit der Funktionsgleichung $f(x) = x^2$), wenn mit einer Punktprobe eine wahre Aussage eintritt.
Bei einer Punktprobe musst du den Ausdruck $f(x)$ durch den y-Wert des Punktes ersetzen und den x-Wert in die Funktionsgleichung einsetzen.

Detaillierte Lösung für a)
$f(x) = x^2$ mit $A(1|1)$
$1 = 1^2$
$1 = 1$ | wahre Aussage
Der Punkt $A(1|1)$ liegt auf der Normalparabel.

b) $B(1|-1)$; $-1 = 1$ | Widerspruch
Der Punkt $B(1|-1)$ liegt nicht auf der Normalparabel.

c) $C(2|-2)$; $-2 = 4$ | Widerspruch
Der Punkt $C(2|-2)$ liegt nicht auf der Normalparabel.

d) $D(0{,}5|0{,}5)$; $0{,}5 = 0{,}25$ | Widerspruch
Der Punkt $D(0{,}5|0{,}5)$ liegt nicht auf der Normalparabel.

e) $E(-2|4)$; $4 = (-2)^2 = 4$ | wahre Aussage
Der Punkt $E(-2|4)$ liegt auf der Normalparabel.

f) $F(1{,}5|3)$; $3 = 1{,}5^2 = 2{,}25$ | Widerspruch
Der Punkt $F(1{,}5|3)$ liegt nicht auf der Normalparabel.

g) $G(1{,}5|-3)$; $-3 = 1{,}5^2 = 2{,}25$ | Widerspruch
Der Punkt $G(1{,}5|-3)$ liegt nicht auf der Normalparabel.

h) $H(-1{,}5|-2{,}25)$; $-2{,}25 = 2{,}25$ | Widerspruch
Der Punkt $G(-1{,}5|-2{,}25)$ liegt nicht auf der Normalparabel.

i) $I(2{,}5|6{,}25)$; $6{,}25 = 2{,}5^2 = 6{,}25$ | wahre Aussage
Der Punkt $I(2{,}5|6{,}25)$ liegt auf der Normalparabel.

Lösung A3

Lösungshilfe:

Um zu prüfen, ob ein Punkt auf, oberhalb oder unterhalb des Graphen einer Funktion liegt, setze x in die Funktionsgleichung ein und berechne $f(x)$. Ist das Ergebnis größer als der gegebene y-Wert des Punktes, so liegt der Punkt oberhalb, ist das Ergebnis kleiner, so liegt der Punkt unterhalb ist er gleich, so liegt der Punkt auf dem Graphen der Funktion.

a) $A(3{,}5|12{,}25)$
$f(3{,}5) = 3{,}5^2 = 12{,}25 \qquad y_A = 12{,}25 = f(3{,}5)$
Punkt liegt auf dem Graphen.

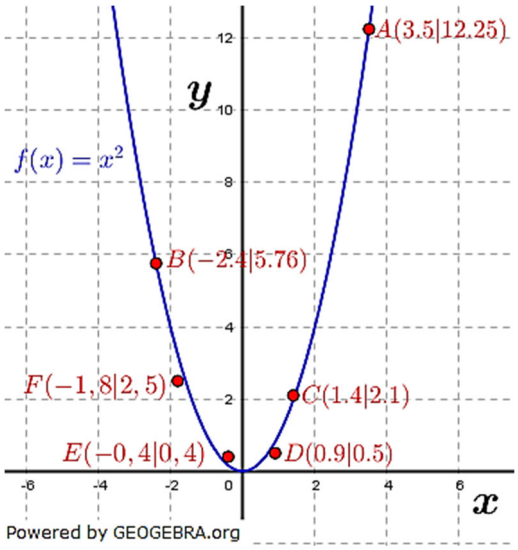
b) $B(-2{,}4|5{,}76)$
$f(-2{,}4) = (-2{,}4)^2 = 8{,}7 \quad y_A = 5{,}76 = f(-2{,}4)$
Punkt liegt auf dem Graphen.

c) $C(1{,}4|2{,}1)$
$f(1{,}4) = (1{,}4)^2 = 1{,}96 \qquad y_A = 2{,}1 > f(1{,}4)$
Punkt liegt oberhalb des Graphen.

d) $D(0{,}9|0{,}5)$
$f(0{,}9) = 0{,}9^2 = 0{,}81 \qquad y_A = 0{,}5 < f(0{,}9)$
Punkt liegt unterhalb des Graphen.

e) $E(-0{,}4|0{,}4)$
$f(-0{,}4) = (-0{,}4)^2 = 0{,}16 \; y_A = 0{,}4 > f(-0{,}4)$
Punkt liegt oberhalb des Graphen.

f) $F(-1{,}8|2{,}5)$
$f(-1{,}8) = (-1{,}8)^2 = 3{,}24 \; y_A = 2{,}5 < f(-1{,}8)$
Punkt liegt unterhalb des Graphen.

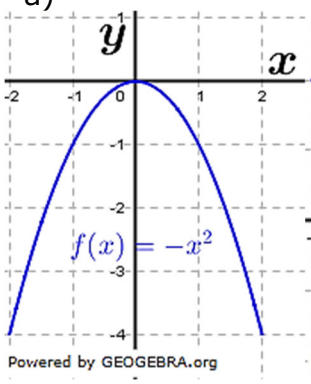


Lösung A4

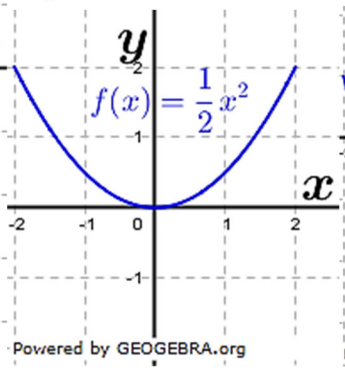
Lösungshilfe:

Zum Zeichnen des Graphen einer Funktion kannst du entweder eine Wertetabelle aufstellen (bei dieser Aufgabe im Intervall $-2 \le x \le 2$) oder du verwendest die „table"-Funktion auf dem WTR.
Für die Wertemenge im gegebenen Intervall lies den kleinsten und größten y-Wert aus den Graphiken ab.

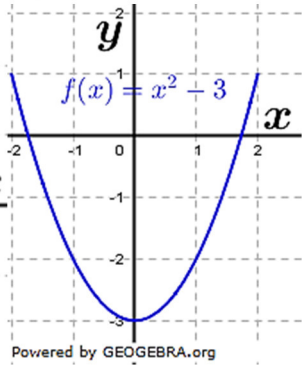
a)



b)



c)

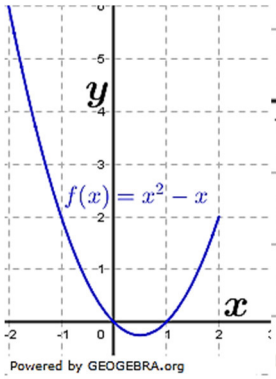


a) $S_y(0|0)$, größter Funktionswert ist $y = 0$. $\mathbb{W}_{-2 \le x \le 2} = [-4; 0]$

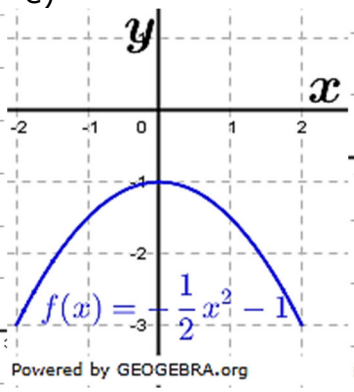
b) $S_y(0|0)$, kleinster Funktionswert ist $y = 0$. $\mathbb{W}_{-2 \le x \le 2} = [0; 2]$

c) $S_y(0|-3)$, kleinster Funktionswert ist $y = -3$. $\mathbb{W}_{-2 \le x \le 2} = [-3; 1]$

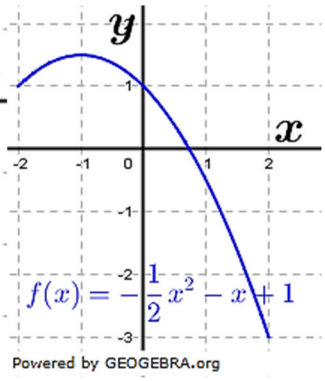
d)



e)



f)



d) $S_y(0{,}5|-0{,}25)$, kleinster Funktionswert ist $y = -0{,}25$. $\mathbb{W}_{-2\le x\le 2} = [-0{,}25; 6]$

e) $S_y(0|-1)$, größter Funktionswert ist $y = -1$. $\mathbb{W}_{-2\le x\le 2} = [-3; -1]$

f) $S_y(-1|1{,}5)$, kleinster Funktionswert ist $y = 1{,}5$. $\mathbb{W}_{-2\le x\le 2} = [-3; 1{,}5]$

Lösung A5

Lösungshilfe:

Zur Berechnung von a setze den einen gegebenen Punkt aus der Tabelle in die Gleichung $f(x) = ax^2$ ein.
Mit dem dann erhaltenen a berechne die anderen Funktionswerte und trage diese in die Tabelle ein.

a) $8 = a2^2$ | Punktprobe mit $P(2|8)$
$4a = 8 \;=>\; a = 2$
$f(4) = 2\cdot 4^2 = 32;\; f(6) = 2\cdot 6^2 = 72;\; f(8) = 2\cdot 8^2 = 128;\; f(10) = 2\cdot 10^2 = 200$

b) $-45 = a(-3)^2$ | Punktprobe mit $P(-3|-45)$
$9a = -45 \;=>\; a = -5$
$f(-4) = -5\cdot(-4)^2 = -80;\; f(-2) = -5\cdot(-2)^2 = -20;\; f(5) = -5\cdot 5^2 = -125;$
$f(10) = -5\cdot 10^2 = -500$

a)

x	2	4	6	8	10
$f(x)$	8	32	72	128	200

b)

x	-4	-3	-2	5	10
$f(x)$	-80	-45	-20	-125	-500

Lösung A6

Lösungshilfe:

Eine Normalparabel h besitzt die Gleichung $h(x) = x^2$.
Graphen von Funktionen kann man in x- und y-Richtung verschieben und strecken, an der x- bzw. y-Achse spiegeln und sogar an der 1. Winkelhalbierenden spiegeln.
Für eine quadratische Funktion gilt:

Streckung in y-Richtung:	Wird durch den Koeffizienten a von ax^2 bestimmt.
Streckung in x-Richtung:	keine
Verschiebung in y-Richung:	$f(x) = h(x) + y_S$, y_S ist y-Kooridnate des Scheitels
Verschiebung in x-Richung:	$f(x) = h(x - x_S)$, x_S ist x-Kooridnate des Scheitels
Spiegelung an der y-Achse:	$f(x) = h(-x)$
Spiegelung an der x-Achse:	$f(x) = -h(x)$
Spiegelung an x- und y-Achse:	$f(x) = -h(-x)$

Der Graph der Funktion entsteht aus dem Graphen der Normalparabel durch:

a) $f(x) = -x^2 + 3$
   1. Spiegelung an der x-Achse;
   2. Verschiebung in y-Richtung um drei Einheiten nach oben.

b) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 1$
   1. Spiegelung an der x-Achse;
   2. Streckung in y-Richtung mit dem Faktor $k = \frac{1}{2}$;
   3. Verschiebung in y-Richtung um eine Einheiten nach unten.

c) $f(x) = (x + 3)^2$
   1. Verschiebung in x-Richtung um drei Einheiten nach links.

d) $f(x) = f(x) = -\frac{3}{2}(x - 1)^2$
   1. Spiegelung an der x-Achse;
   2. Streckung in y-Richtung mit dem Faktor $k = \frac{3}{2}$;
   3. Verschiebung in x-Richtung um eine Einheiten nach rechts.

e) $f(x) = -(x - 1{,}5)^2$
   1. Spiegelung an der x-Achse;
   2. Verschiebung in x-Richtung um $1{,}5$ Einheiten nach rechts.

f) $f(x) = -(x + 1)^2 - 1$
   1. Spiegelung an der x-Achse;
   2. Verschiebung in y-Richtung um eine Einheiten nach unten.

g) $f(x) = -\frac{1}{2}(x - 1)^2 + 1$
   1. Spiegelung an der x-Achse;
   2. Streckung in y-Richtung mit dem Faktor $k = \frac{1}{2}$;
   3. Verschiebung in x-Richtung um eine Einheiten nach rechts;
   4. Verschiebung in y-Richtung um eine Einheiten nach oben.

h) $f(x) = -\frac{3}{2}(x + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{3}$
   1. Spiegelung an der x-Achse;
   2. Streckung in y-Richtung mit dem Faktor $k = \frac{3}{2}$;
   3. Verschiebung in x-Richtung um $\frac{1}{2}$ Einheit nach links;
   4. Verschiebung in y-Richtung um $\frac{1}{3}$ Einheit nach unten.

i) $f(x) = -(x + \sqrt{2})^2 - \sqrt{3}$
   1. Spiegelung an der x-Achse;
   2. Verschiebung in x-Richtung um $\sqrt{2}$ Einheiten nach links;
   3. Verschiebung in y-Richtung um $\sqrt{3}$ Einheit nach unten.