Lösung A1

Detaillierte Lösung für a)

$g(x) = 3x$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{g(x_0+h)-g(x_0)}{x_0+h-x_0} = \frac{3\cdot(3+h)-3}{h} = \frac{9+3h-9}{h} = \frac{3h}{h} = 3$$

$$\frac{dy}{dx} = g'(3) = \lim_{h\to 0} 3 = 3$$

b) $h'(3) = 18$ c) $i'(3) = 5$

Detaillierte Lösung für d)

$j(x) = x^3$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{j(x_0+h)-j(x_0)}{x_0+h-x_0} = \frac{(3+h)^3-27}{h} = \frac{(3+h)^2\cdot(3+h)-27}{h}$$

$$= \frac{(9+6h+h^2)\cdot(3+h)-27}{h} = \frac{27+27h+9h^2+h^3-27}{h} = \frac{h^3+9h^2+27h}{h} = \frac{h(h^2+9h+27)}{h}$$

$$\frac{dy}{dx} = j'(3) = \lim_{h\to 0} h^2+9h+27 = 27$$

e) $k'(3) = 6$ f) $l'(3) = 27$ g) $m'(3) = -12$ h) $n'(3) = -101$

Lösung A2

a) $f(x) = (x-2)^2 + x$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{x_0+h-x_0} = \frac{(0+h-2)^2+0+h-((0-2)^2+0)}{h} = \frac{h^2-3h+4-4}{h} = \frac{h(h-3)}{h} = h-3$$

$$f'(0) = \lim_{h\to 0} h-3 = -3$$

Die Tangente an f hat im Punkt $P(0|4)$ die Steigung $m_t = -3$.

$t_0(x) = -3x+4$

b) $$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(1+h-2)^2+1+h-((1-2)^2+1)}{h} = \frac{h^2-2h+1+1+h-2}{h} = \frac{h(h-1)}{h} = h-1$$

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} h-1 = -1$$

Die Tangente an f hat im Punkt $P(1|2)$ die Steigung $m_t = -1$.

$t_1(x) = -1(x-1)+2 = -x+3$

c) $$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(1{,}5+h-2)^2+1{,}5+h-((1{,}5-2)^2+1{,}5)}{h} = \frac{h^2-h+0{,}25+1{,}5+h-1{,}75}{h} = \frac{h^2}{h} = h$$

$$f'(1{,}5) = \lim_{h\to 0} h = 0$$

Die Tangente an f hat im Punkt $P(1{,}5|1{,}75)$ die Steigung $m_t = 0$.

$t_{1,5}(x) = 1{,}75$

d) $$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(2+h-2)^2+2+h-((2-2)^2+2)}{h} = \frac{h^2+2+h-2}{h} = \frac{h(h+1)}{h} = h+1$$

$$f'(2) = \lim_{h\to 0} h+1 = 1$$

Die Tangente an f hat im Punkt $P(2|2)$ die Steigung $m_t = 1$.

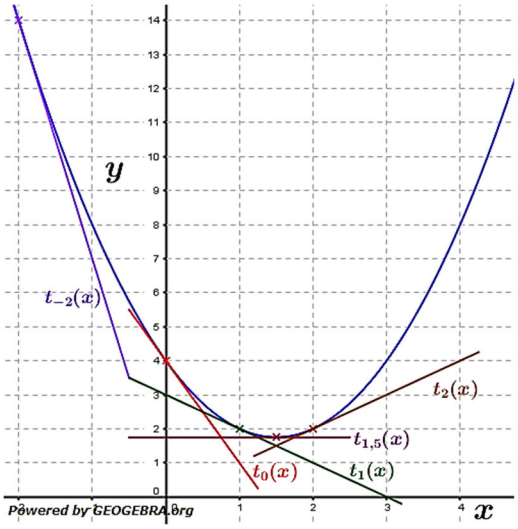
$t_2(x) = x$

e) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(-2+h-2)^2-2+h-((-2-2)^2-2)}{h} = \frac{h^2-8h+16-2+h-14}{h} = \frac{h(h-7)}{h} = h-7$

$f'(-2) = \lim\limits_{h\to 0} h-7 = -7$

Die Tangente an f hat im Punkt $P(-2|14)$ die Steigung $m_t = -7$.

$t_{-2}(x) = -7(x+2)+14 = -7x$



Lösung A3

a) $s_1(t) = t^2 + t$

$\frac{\Delta s_1}{\Delta t} = \frac{s_1(t_0+h)-s_1(t_0)}{t_0+h-t_0} = \frac{(4+h)^2+4+h-((4)^2+4)}{h} = \frac{16+8h+h^2+4+h-(16+4)}{h} = \frac{h(h+9)}{h} = h+9$

$s_1'(4) = \lim\limits_{h\to 0} h+9 = 9$

Ulrike hat in diesem Moment eine Geschwindigkeit v_1 von $9\frac{m}{s}$.

b) $s_2(t) = 11t - t^2$

$\frac{\Delta s_2}{\Delta t} = \frac{s_2(t_0+h)-s_2(t_0)}{t_0+h-t_0} = \frac{11(5+h)-(5+h)^2-(11\cdot 5-25)}{h} = \frac{55+11h-25-10h-h^2-55+25}{h} = \frac{h(1-h)}{h}$

$= 1-h$

$s_2'(5) = \lim\limits_{h\to 0} 1-h = 1$

Ulrike hat eine Geschwindigkeit v_2 von $1\frac{m}{s}$.