Aufgabe A1

Berechne - wie im Beispiel - mithilfe des Differenzenquotienten $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ die Ableitung im Punkt $x_0 = 4$.

Beispiel: Differenzenquotient aufstellen und vereinfachen:

$f(x) = \sqrt{x}$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{x_0+h-x_0} = \frac{\sqrt{x_0+h}-\sqrt{x_0}}{h} = \frac{(\sqrt{x_0+h}-\sqrt{x_0})\cdot(\sqrt{x_0+h}+\sqrt{x_0})}{h\cdot(\sqrt{x_0+h}+\sqrt{x_0})}$$

$$= \frac{x_0+h-x_0}{h\cdot(\sqrt{x_0+h}+\sqrt{x_0})} = \frac{1}{\sqrt{x_0+h}+\sqrt{x_0}}$$

Grenzwert ermitteln: $f'(4) = \lim\limits_{h\to 0} \frac{1}{\sqrt{4+h}+\sqrt{4}} = \frac{1}{2\cdot\sqrt{4}} = \frac{1}{4}$

a) $f_1(x) = \sqrt{x-1}$ b) $f_2(x) = \sqrt{x+16}$ c) $f_3(x) = \frac{1}{4}x^3 - x^2$ d) $f_4(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

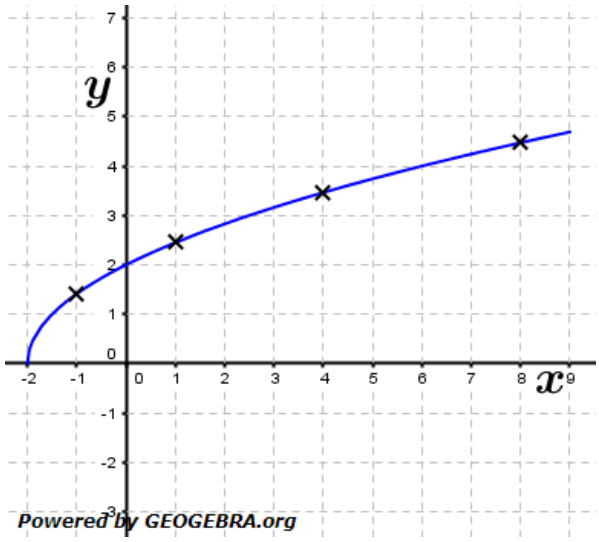
e) $f_5(x) = -\frac{1}{x-1}$ f) $f_6(x) = -x + \frac{1}{x}$ g) $f_7(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-2}}$ h) $f_8(x) = \sqrt{3x+1}$

Aufgabe A2

Die Grafik zeigt das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = \sqrt{2x+4}$. Berechne mit Hilfe des Differenzenquotienten die Tangentensteigungen für:

a) $x_0 = -1$
b) $x_0 = 1$
c) $x_0 = 4$
d) $x_0 = 8$

Gib die Funktionsgleichungen der Tangenten an und zeichne sie in nebenstehender Grafik ein.



© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe A3

Ein Koffer fällt aus einem in $1000\,m$ Höhe über dem Meer fliegenden Flugzeug aus der Ladeklappe. Die Fallhöhe des Koffers kann mit der Funktion $s_1(t) = 5t^2$ annähernd beschrieben werden ($s_1(t)$ in Metern, t in Sekunden).

a) In welcher Höhe befindet sich der Koffer nach 9 Sekunden? Wie groß ist seine Fallgeschwindigkeit in v_1 in km/h in diesem Moment? Berechne diese Geschwindigkeit v_1 mithilfe des Differenzenquotienten.
Nach welcher Zeit trifft der Koffer auf der Meeresoberfläche auf?

Nach dem Auftreffen auf der Meeresoberfläche kann der Sinkweg des Koffers in den ersten 5 Sekunden annähernd beschrieben werden durch die Funktion $s_2(t) = 6 - \frac{1}{x+0{,}5} - \frac{1}{(x+0{,}5)^2}$ ($s_2(t)$ in Metern, t in Sekunden).

b) Wie tief ist der Koffer 3 Sekunden nach dem Auftreffen auf die Meeresoberfläche gesunken? Welche Sinkgeschwindigkeit v_2 in km/h hat er zu diesem Zeitpunkt. Berechne v_2 wiederum mithilfe des Differenzenquotienten.

Aufgabe A4

Ein $100\,m$-Läufer hat zum Zeitpunkt t die Strecke $s(t)$ (t in Sekunden, $s(t)$ in Meter) zurückgelegt. Die zugehörige Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t ist $v(t)$. Ordne den beschriebenen Sachverhalten (A) – (E) das richtige Kärtchen ❶, ❷, ❸, ❹ oder ❺ zu.

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
Laut seines Trainers lag die Durchschnittsgeschwindigkeit des Läufers zwischen 2 s und 5 s auf Rekord-niveau	Einen tollen Laufstil. Seine Geschwindigkeit zum Zeitpunkt 2,5 s zeigte deutlich, dass	Tatsächlich war die Strecke, die der Läufer zum Zeitpunkt 2,5 s zurückgelegt hat, so gewaltig, dass die	Laut seines Trainers lag die Durchschnittsgeschwindigkeit des Läufers zwischen 2 s und 5 s auf Rekord-niveau	Sportbegeisterte wird vor allem die mittlere Änderungsrate von v im Intervall $[2;5]$ beeindrucken

❶ $s'(2{,}5)$

❷ $v'(2{,}5)$

❸ $s(2{,}5)$

❹ $\frac{v(5)-v(2)}{3}$

❺ $\frac{s(5)-s(2)}{5-2}$

Aufgabe A5

Bei einer Pipeline wird die seit Mitternacht durchgeflossene Ölmenge durch die Funktion $f(t)$ beschrieben (t in s, $s(t)$ in m^3).

a) Zwischen 3 Uhr und 8 Uhr sind $450\,m^3$ durch die Pipeline geflossen. Wie hoch ist die mittlere Durchschnittsrate im Intervall $[3;8]$?

b) Um 6 Uhr ist die momentane Durchflussrate $30\,m^3/h$. Wie viel Öl fließt bis $6{:}10$ Uhr durch die Pipeline, wenn die Durchflussrate in diesem Zeitraum konstant bleibt?

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de