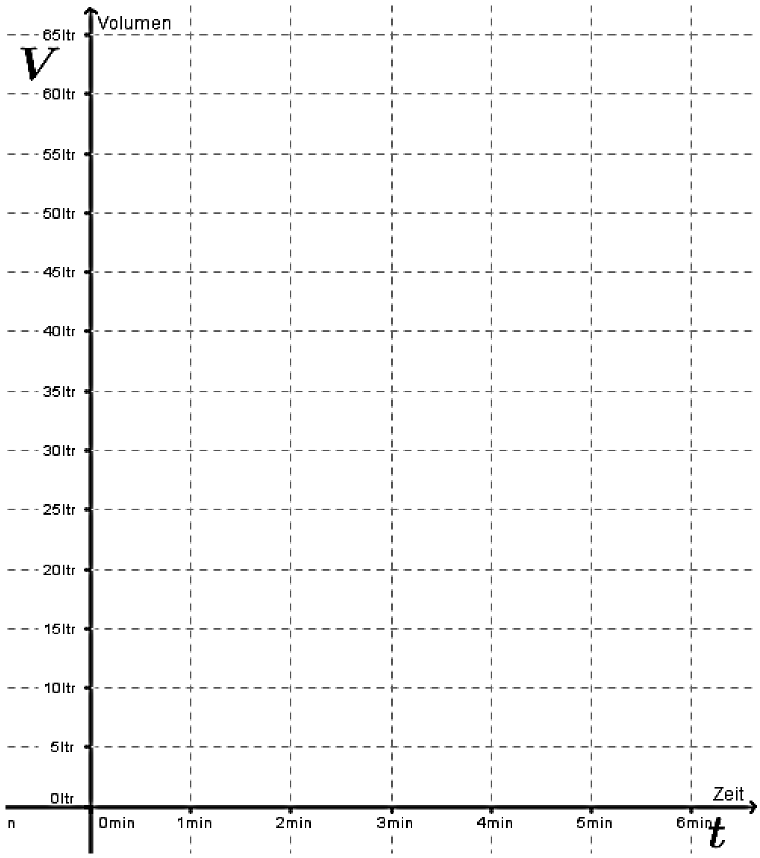
## Aufgabe A1

Während eines Dauerregens wird die Wassermenge $V$ (in Liter) in einer Regentonne in Abhängigkeit von der Zeit $t$ (in Minuten) gemessen:

| Zeit $t$ | 0 | 1 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| Volumen $V$ | 25 | 29,2 | 37,6 | 58 |

Berechne die mittlere Volumenänderung pro Minute in den ersten 5 Minuten. Übertrage die Messdaten in das Koordinatensystem und kennzeichne die mittlere Volumenänderung durch ein Steigungsdreieck.

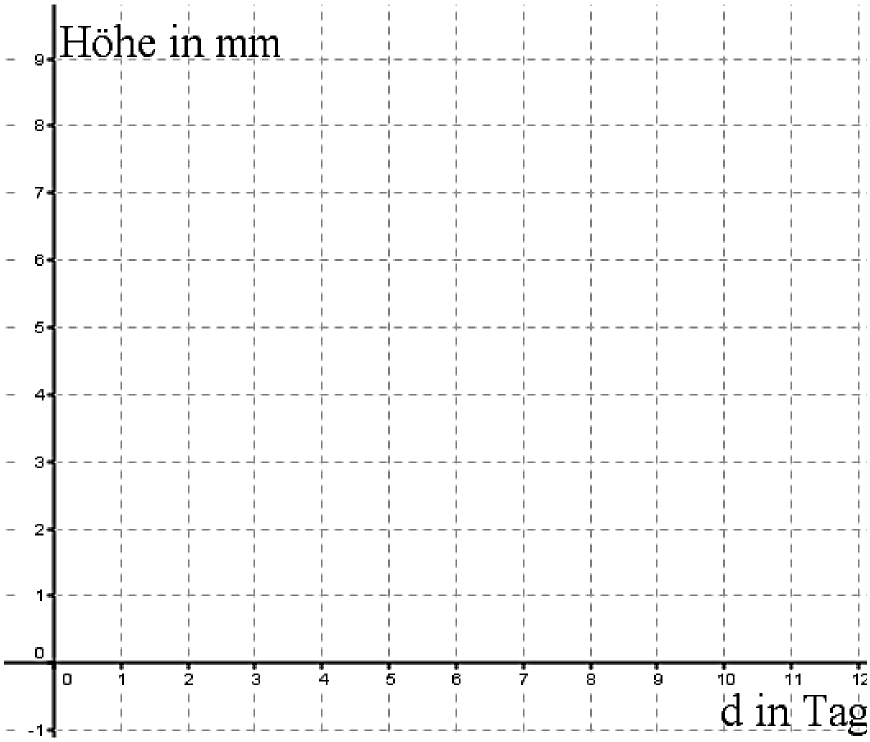



## Aufgabe A2

Die Flughöhe einer Rakete nach dem Start hängt von der Zeit ab. Für eine Saturn-V-Rakete kann die Flugbahn (in Metern) näherungsweise durch die Funktion $f(x) = 1{,}17x^2 + 5{,}99x$ in Abhängigkeit von der Zeit $x$ (in Sekunden) beschrieben werden. Berechne die Änderungsrate der 3. und 7. Sekunde, der 3. und 5. Sekunde, der 3. und 4. Sekunde. Interpretiere diese Änderungsraten.

## Aufgabe A3

Die Höhe einer Kresse Pflanze wurde über mehrere Tage bestimmt (siehe Tabelle).




| Tage $d$ | Höhe (in $mm$) |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 2 | 0 |
| 3 | 0 |
| 4 | 0 |
| 5 | 1 |
| 6 | 2 |
| 7 | 4 |
| 8 | 6 |
| 9 | 7 |

Trage die Messpunkte in das Koordinatensystem ein und verbinde sie mit einer Kurve. Berechne dann die mittlere Änderungsrate der Funktion $\boldsymbol{Tage} \longrightarrow \boldsymbol{H}\text{ö}\boldsymbol{he}$ für

a) den gesamten Messzeitraum,

b) für die ersten drei Tage,

c) für die letzten drei Tage,

e) für die mittleren drei Tage.

## Aufgabe 4

Bei einer Bakterienkultur verdoppelt sich jede Stunde die Anzahl der Bakterien. Zu Beginn der Messung waren etwa $12000$ Bakterien vorhanden. Bestimme die mittlere Änderungsrate der Bakterienzahl für das angegebene Intervall $I$.

a) $I = [3h; 8h]$

b) $I = [1h; 5h]$

c) $I = [10h; 12h]$

d) $I = [101h; 105h]$

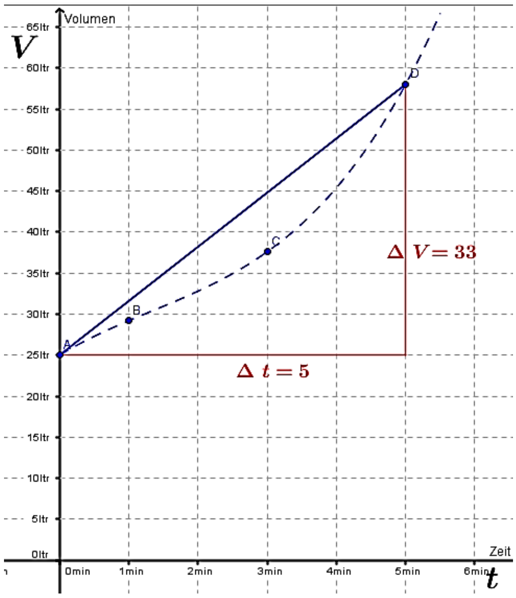
## Lösung A1

$\Delta\, V = V_5 - V_0 = 58 - 25 = 33$

$\Delta\, t = t_5 - t_0 = 5 - 0 = 5$

$\frac{\Delta\, V}{\Delta\, t} = \frac{33}{5} = 6{,}6$

Die mittlere Volumenänderung pro Minute in den ersten fünf Minuten beträgt etwa $6{,}6\, ltr/min$




## Lösung A2

| $x$ | 3 | 4 | 5 | 7 |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 28,5 | 42,68 | 59,2 | 99,26 |

Änderungsrate zwischen der

3. und 7. Sekunde:

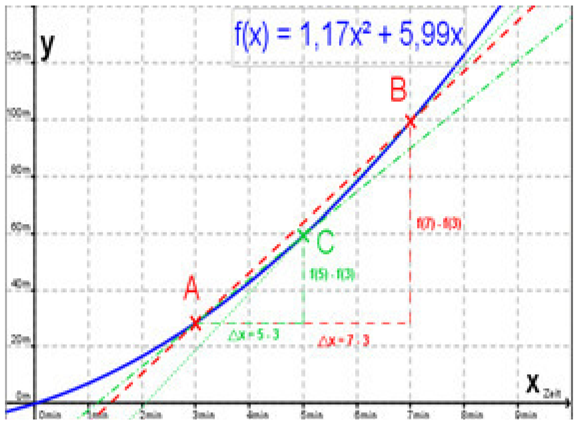
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(7)-f(3)}{7-3} = \frac{99{,}26-28{,}5}{4} = 17{,}69\, m/s$$

3. und 5. Sekunde:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(5)-f(3)}{5-3} = \frac{59{,}2-28{,}5}{4} = 15{,}35\, m/s$$

3. und 4. Sekunde:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4)-f(3)}{7-3} = \frac{42{,}68-28{,}5}{1} = 14{,}18\, m/s$$




Bedeutung der mittleren Änderungsrate:

Die Änderungsrate $17{,}69\, m/s$ ist die Steigung der Sekante $\overline{AB}$, d.h., Änderungsrate $17{,}69\, m/s = \frac{\Delta y}{\Delta x}$. Dies entspricht der mittleren Geschwindigkeit $\left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)$ der Rakete von der 3. bis zur 7. Sekunde. Da sich die Kurve und die Strecke im Intervall $[3; 7]$ unterscheiden, ist $17{,}69\, \frac{m}{s}$ nur ein Näherungswert und **nicht** die tatsächliche Geschwindigkeit der Rakete nach 3 bzw. 7 Sekunden.

## Lösung A3

a) $\frac{\Delta h}{\Delta d_{[1;9]}} = \frac{7}{8}$   b) $\frac{\Delta h}{\Delta d_{[1;3]}} = 0$   c) $\frac{\Delta h}{\Delta d_{[7;9]}} = \frac{3}{2}$   d) $\frac{\Delta h}{\Delta d_{[4;6]}} = 1$

## Lösung A4

a) $\frac{\Delta B}{\Delta t_{[3;8]}} = \frac{12000 \cdot (2^8 - 2^3)}{8} = 3{,}72 \cdot 10^5$   b) $\frac{\Delta B}{\Delta t_{[1;5]}} = \frac{12000 \cdot (2^5 - 2^1)}{4} = 9 \cdot 10^4$

c) $\frac{\Delta B}{\Delta t_{[10;12]}} = \frac{12000 \cdot (2^{12} - 2^{10})}{2} = 1{,}84 \cdot 10^7$   d) $\frac{\Delta B}{\Delta t_{[101;105]}} = \frac{12000 \cdot (2^{105} - 2^{101})}{4} = 1{,}14 \cdot 10^{35}$