

© by Fit-in-Mathe-Online.de
Winkel im Umkreisviereck

Aufgabe A1

Vier Punkte A , B , C und D liegen auf einem Kreis. Die vier Punkte sind Eckpunkte des Vierecks $ABCD$.

Zeichne den Kreis, trage die Punkte auf dem Kreis ein und verbinde diese zum Viereck. Miss die Winkelgrößen der vier Winkel im Viereck.

Was fällt dir auf, außer dass die Winkelsumme im Viereck 360° beträgt? Beweise deine Vermutung von soeben.



Lösung A1

Skizze siehe Grafik.

Gemessene Winkel:

$$\alpha = 53,8^\circ; \quad \beta = 91,7^\circ$$

$$\gamma = 126,2^\circ; \quad \delta = 88,3^\circ$$

Vermutung:

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

$$\beta + \delta = 180^\circ$$

Beweis:

Aus nebenstehender Grafik ergibt sich, dass die Dreiecke AMB , BMC , CMD und DMA gleichschenkelig sind. Somit gilt (Basiswinkel im gleichschenkeligen Dreieck)

$$\alpha_1 = \delta_1$$

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = \delta_1 + \alpha_2$$

$$\gamma_1 = \delta_2$$

$$\gamma_2 = \beta - \beta_1 = \beta - \alpha_1$$

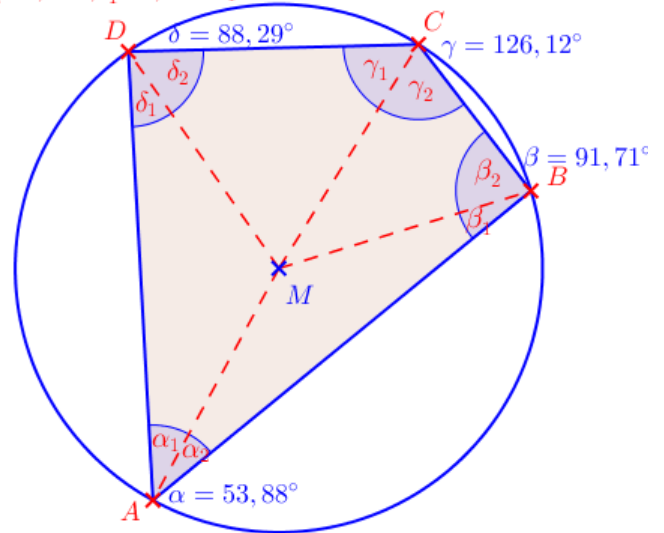
$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 = \delta_2 + \beta - \alpha_1$$

$$\beta_1 = \alpha_2$$

$$\alpha_1 = \delta_1$$

$$\gamma_1 = \delta_2$$

$$\gamma_2 = \beta - \beta_1 = \beta - \alpha_1$$



Powered by GEOGEBRA.org

Im Viereck gilt weiterhin:

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

α und γ eingesetzt aus obigem Nachweis:

$$\delta_1 + \alpha_1 + \beta + \delta_2 + \beta - \alpha_1 + \delta = 360^\circ$$

$$\delta_1 + \beta + \delta_2 + \beta + \delta = 360^\circ$$

Wegen $\delta = \delta_1 + \delta_2$ gilt somit:

$$\delta + \beta + \beta + \delta = 360^\circ$$

$$2\beta + 2\delta = 360^\circ$$

$$\beta + \delta = 180^\circ$$

$$\alpha + \gamma = 360^\circ - (\beta + \delta)$$

$$\alpha + \gamma = 360^\circ - 180^\circ$$

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$