

Lösung A1

$$\begin{aligned} \frac{y^{n-2}}{1-y} - \frac{y^{n-1}}{1+y} + \frac{y^n}{y^2-1} &= \\ -\frac{y^{n-2}}{y-1} - \frac{y^{n-1}}{y+1} + \frac{y^n}{(y+1)(y-1)} &= \\ \frac{-y^{n-2}(y+1) - y^{n-1}(y-1) + y^n}{(y+1)(y-1)} &= \\ \frac{y^n - y^{n-1} - y^{n-2} - y^n + y^{n-1}}{(y+1)(y-1)} &= \\ \frac{-y^{n-2}}{(y+1)(y-1)} = \frac{y^{n-2}}{(-1)(y+1)(y-1)} &= \\ \frac{y^{n-2}}{-(y^2-1)} = \frac{y^{n-2}}{1-y^2} \end{aligned}$$

| Vereinheitlichung der Nenner

| Gemeinsamer Nenner

| Zähler ausmultiplizieren

| Zähler zusammenfassen

| Ausdruck vereinfachen und Ergebnis

Lösung A2

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^{n-2}} - \frac{2x^{n+2}+5x^3}{x^{2n}} + \frac{3x^{n-1}+5}{x^{2n-3}} &= \\ \frac{x^{n-1} - x^{-3}(2x^{n+2}+5x^3) + 3x^{n-1}+5}{x^{2n-3}} &= \\ \frac{x^{n-1} - 2x^{n-1} - 5 + 3x^{n-1} + 5}{x^{2n-3}} &= \\ \frac{x^{n-1} + x^{n-1}}{x^{2n-3}} = \frac{2x^{n-1}}{x^{2n-3}} &= \\ 2x^{n-1} \cdot x^{3-2n} = 2 \cdot x^{2-n} \end{aligned}$$

| Gemeinsamer Nenner

| Zähler ausmultiplizieren

| Zusammenfassen, Vereinfachen

| weiter vereinfachen und Ergebnis

Lösung A3

$$\begin{aligned} \frac{6^{2k-1}+1}{6^{2k}} - \frac{1-6^{2k-3}}{2 \cdot 6^{2k-1}} + \frac{6^2+36^k}{3 \cdot 6^{2k+1}} &= \\ \frac{6 \cdot 6^1(6^{2k-1}+1) - 3 \cdot 6^2(1-6^{2k-3}) + 2 \cdot (6^2+36^k)}{6 \cdot 6^{2k+1}} &= \\ \frac{6^{2k+1} + 6^2 - 3 \cdot 6^2 + 3 \cdot 6^{2k-1} + 2 \cdot 6^2 + 2 \cdot 6^{2k}}{6^{2k+2}} &= \\ \frac{6^{2k+1} + 3 \cdot 6^{2k-1} + 2 \cdot 6^{2k}}{6^{2k+2}} = \frac{6^{2k}(6+3 \cdot 6^{-1}+2)}{6^{2k} \cdot 6^2} &= \\ \frac{6+3 \cdot 6^{-1}+2}{36} = \frac{8+\frac{3}{6}}{36} = \frac{8,5}{36} = \frac{17}{72} \end{aligned}$$

| Gemeinsamer Nenner

| Zähler ausmultiplizieren

| Zusammenfassen, Vereinfachen

| weiter vereinfachen und Ergebnis

Lösung A4

$$\begin{aligned} \frac{2-x^{k-1}}{x^{k-2}} - \frac{1}{x^{k+4}} - \frac{4-3x^k}{x^{k-1}} - \frac{2x^6-4x^5-1}{x^{k+4}} &= \\ \frac{x^6(2-x^{k-1}) - 1 - x^5(4-3x^k) - 2x^6+4x^5+1}{x^{k+4}} &= \\ \frac{2x^6 - x^{k+5} - 1 - 4x^5 + 3x^{k+5} - 2x^6 + 4x^5 + 1}{x^{k+4}} &= \\ \frac{-x^{k+5} + 3x^{k+5}}{x^{k+4}} &= \\ \frac{x^{k+4}(-x+3x)}{x^{k+4}} = 2x \end{aligned}$$

| Gemeinsamer Nenner

| Zähler ausmultiplizieren

| Zusammenfassen, Vereinfachen

| weiter vereinfachen und Ergebnis

Lösung A5

$$\frac{b^{3-3n-1}}{b^{2-n}} + \frac{1+b^{-4n+4}}{b^n} - \frac{b^{n-1}+1}{b^{2n-1}} =$$

$$\frac{b^{3n-3-1}+b^{2-2n} \cdot (1+b^{-4n+4}) - b^{3-3n} \cdot (b^{n-1}+1)}{b^{2-n}} = | \text{Gemeinsamer Nenner}$$

$$\frac{b^{3-3n-1}+b^{2-2n}+b^{6-6n}-b^{2-2n}-b^{3-3n}}{b^{2-n}} = | \text{Zähler ausmultiplizieren}$$

$$\frac{b^{6-6n}-1}{b^{2-n}} = | \text{Zusammenfassen, Vereinfachen}$$

$$\frac{b^{6-6n}}{b^{2-n}} - \frac{1}{b^{2-n}} = b^{-5n+4} - b^{n-2} \quad | \text{weiter vereinfachen und Ergebnis}$$

Lösung A6

$$\frac{2-b}{b^{-n}} + \frac{b^2+1}{b^{-n+1}} - \frac{b+b^2}{b^{-n+2}} =$$

$$\frac{b^2(2-b)+b(b^2+1)-(b+b^2)}{b^{-n+2}} = | \text{Gemeinsamer Nenner}$$

$$\frac{2b^2-b^3+b^3+b-b-b^2}{b^{-n+2}} = | \text{Zähler ausmultiplizieren}$$

$$\frac{b^2}{b^{-n+2}} = b^n \quad | \text{Zusammenfassen, Vereinfachen}$$

Lösung A7

Wir gehören zusammen:

$(a^2)^n$	$\frac{1}{a^n}$	$a \cdot a^n$	a^{n-1}	a^0
$a^{n-1} \cdot a^{n+1}$				

mit

a^{2n}	a^{-n}	a^{n+1}	$\frac{1}{a^{1-n}}$	1
----------	----------	-----------	---------------------	---

Lösung A8Aufgabe zur Kapitalentwicklung mit $K_n = K_0 \cdot q^n$ $(K_n = \text{Endkapital}, K_0 = \text{Anfangskapital}, q = \text{Zinsfaktor mit } q = 1 + \frac{p\%}{100}, n = \text{Jahre})$

$K_0 = 1000; q = 1 + \frac{4,5\%}{100} = 1,045; n = 18$

$K_{18} = 1000 \cdot 1,045^{18} = 2208,48$

Der Sohn kann an seinem 18. Geburtstag 2208,48 € auf seinem Konto erwarten.

Lösung A9Aufgabe zur exponentiellen Abnahme $h_n = h_0 \cdot a^n$ $(h_n = \text{Endhöhe}, h_0 = \text{Anfangshöhe}, a = \text{Basis mit } a = 1 - \frac{p\%}{100}, n = \text{Anzahl}$

Bodenkontakte)

$h_0 = 1 \text{ m}; a = 1 - \frac{20\%}{100} = 0,8; n = 5$

$h_5 = 1 \cdot 0,8^5 = 0,16$

Der Ball springt nach 5 Bodenkontakten nur noch 0,16 m hoch.



Lösung A10

Aufgabe zur exponentiellen Zunahme $B_n = B_0 \cdot a^n$

(B_n =Endbestand, B_0 =Anfangsbestand, a =Basis mit $a = 1 + \frac{p\%}{100}$, n =Anzahl Jahre)

$$B_0 = 45,6 \text{ Mio}; a = 1 + \frac{1,5\%}{100} = 1,015; n = 2025 - 2008 = 17$$

$$B_{17} = 45,6 \cdot 1,015^{17} \approx 50,7$$

$$B_{17} - B_0 = 50,7 - 45,6 = 13,1$$

Die Einwohnerzahl nimmt bis zum Jahre 2025 um 13,1 Millionen zu.

Lösung A11

Aufgabe zur exponentiellen Zunahme $B_n = B_0 \cdot a^n$

Rückgang auf die Hälfte bedeutet $\frac{B_n}{B_0} = 50\% = 0,5$

a =Basis mit $a = 1 - \frac{p\%}{100}$; $n = 20$

Nach Behauptung des Forschers gilt: $a = 1 - \frac{3\%}{100} = 0,97$

$$0,5 \stackrel{?}{=} 0,97^{20}$$

$$0,97^{20} = 0,54 = 54\%$$

Die Behauptung des Forschers deckt sich nur ungefähr mit der Aussage der Tierschützer. In Anbetracht der geringen Abweichung und der Tatsache, dass der Prozentsatz der Abnahme in den 20 Jahren auch Schwankungen unterlegen sein wird, kann man von einer deckungsgleichen Aussage ausgehen.