



Aufgabenblatt zu Potenzen mit rationalem Exponenten

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 2

Dokument mit 47 Aufgaben

Hinweis:

In diesem Aufgabenblatt musst du selbst entscheiden, welche der vier Potenzgesetze du anwenden musst.



1. Potenzgesetz

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Hochzahlen addiert. Es gilt: $a^r \cdot a^s \cdot a^t = a^{r+s+t}$

2. Potenzgesetz

Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man die Hochzahlen subtrahiert. Es gilt: $a^r : a^s : a^t = a^{r-s-t}$

3. Potenzgesetz

Potenzen werden potenziert, indem man die Hochzahlen multipliziert. Es gilt: $((a^r)^s)^t = a^{r \cdot s \cdot t}$

4. Potenzgesetz

Potenzen mit gleichem Exponenten und unterschiedlicher Basis werden multipliziert bzw. dividiert, indem man die Basis miteinander multipliziert/dividiert und den Exponenten beibehält.

Es gilt: $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ bzw.

$$a^n : b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Aufgabe A1

Vereinfache.

a) $8x^{\frac{1}{4}} : 4^{\frac{1}{4}}$

b) $3^{\frac{1}{t}} \cdot 3^{\frac{1}{x+1}} + 3^{\frac{1}{2t}} \cdot 3^{\frac{1}{x}}$

c) $9 \cdot 3^{\frac{1}{x-2}}$

d) $(e - 3)^{\frac{1}{4}} \cdot (e - 3)$

e) $e^{\frac{1}{2x}} \cdot e^{\frac{1}{a-x}} : e^{\frac{1}{x+a}}$

f) $9a^{\frac{1}{2}}b : 3ab^{\frac{1}{2}}$

g) $14a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}} : 7a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}x$

h) $8a^{\frac{1}{2}}x : 2ax^{\frac{1}{3}}$

i) $6a^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{3}}y^0 : 3a^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$

j) $12a^{\frac{1}{3}}xy : 4a^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{3}}$

k) $6a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}x : 3ab^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{3}}$

l) $10a^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{3}}y : 2ax^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$

m) $16a^{\frac{1}{2}}bx^{\frac{1}{2}} : 4ab^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{3}}$

n) $a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{n+3}} : a^{\frac{1}{n}}b^{\frac{1}{2n-1}}$

o) $4^{\frac{1}{x+2}} : 16$

p) $81 : 3^{\frac{1}{x+3}}$

q) $(a - b)^{\frac{1}{3}} : (a - b)^{\frac{1}{n-1}}$

r) $a^{\frac{1}{n+1}} : a^{\frac{1}{n}}$

Aufgabenblatt

zu Potenzen mit rationalem Exponenten

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 2

Aufgabe A2

Multipliziere aus.

- | | |
|--------------------------------|---|
| a) $(3^{n+1})^{\frac{1}{2}}$ | b) $(4x + 3y^{\frac{1}{2}})^2$ |
| c) $-(x^{\frac{1}{4}} - 2)^2$ | d) $(x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{3}})$ |
| e) $(3x^{\frac{1}{2}} + 2t)^2$ | f) $\left[3^{\frac{1}{4}}(x^{\frac{1}{2}} - t)\right]^2$ |

Aufgabe A3

Vereinfache und schreibe ohne Bruch.

- | | |
|---|---|
| a) $\frac{4a^3x}{b}$ | b) $\frac{8a^2y}{2b^{\frac{1}{3}}}$ |
| c) $\frac{6a^{\frac{1}{2}}y}{3ab^{\frac{1}{2}}}$ | d) $\frac{12ab^{\frac{1}{2}}x}{6a^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}}$ |
| e) $\frac{15a^3x}{b^{\frac{1}{2}}y}$ | f) $\frac{9a^3x^{\frac{1}{2}}}{3ab^{\frac{1}{2}}}$ |
| g) $\frac{25ax^{\frac{1}{3}}}{5a^{\frac{1}{2}}x}$ | h) $\frac{48a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}}{12ab^{\frac{1}{2}}c}$ |

Aufgabe A4

Faktorisiere bzw. fasse zusammen falls möglich.

- | | |
|---|--|
| a) $3a^{\frac{1}{2}} + 6a^{\frac{1}{3}}$ | b) $2a^{\frac{1}{2}} - 6a^{\frac{1}{3}} + 4a^{\frac{1}{4}} - 8a^{\frac{1}{5}}$ |
| c) $(3x - 6)(\frac{1}{4}x - x^{\frac{1}{2}} + 1)$ | d) $\frac{1}{2}e^{\frac{1}{x}} - \frac{1}{4}e^{\frac{1}{x+1}}$ |
| e) $3x^{\frac{1}{4}} - 12x^{\frac{1}{2}}$ | f) $\frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}} - 2x^{\frac{1}{2}} + 3x$ |
| g) $a^{\frac{1}{5}b} + 3a^{\frac{1}{5}b}$ | h) $2^{\frac{1}{x}} + 2^{\frac{1}{x+1}}$ |
| i) $a^{\frac{1}{2}} - 2a^{\frac{1}{3}} + e^{\frac{1}{x}}$ | |

Aufgabe A5

Schreibe als Produkt.

- | | |
|---|---|
| a) $x^{\frac{1}{4}} + 2x^{\frac{1}{2}}$ | b) $3a^{\frac{2}{3}} - 12a^{\frac{1}{3}}$ |
| c) $x^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{1}{2}}$ | d) $e^{\frac{1}{x}} - e^{\frac{1}{3x}}$ |
| e) $e^{\frac{1}{2x}} - 1$ | f) $x^2e^{\frac{1}{x}} + 2xe^{\frac{1}{x}} + e^{\frac{1}{x}}$ |

Aufgabenblatt

zu Potenzen mit rationalem Exponenten

Potenzen Lösungen

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 2

Lösung A1

a) $\frac{8x^{\frac{1}{4}}}{4^{\frac{1}{4}}} = \frac{2^3 \cdot x^{\frac{1}{4}}}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{2^3 \cdot x^{\frac{1}{4}}}{2^{\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{5}{2}} \cdot x^{\frac{1}{4}}$

b) $3^{\frac{1}{t} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{2t} + \frac{1}{x}} = 3^{\frac{2x(x+1) + 2tx + x(x+1) + 2t(x+1)}{2tx(x+1)}} = 3^{\frac{2x^2 + 2x + 2tx + x^2 + x + 2tx + 2t}{2tx(x+1)}} = 3^{\frac{3x^2 + 3x + 4tx + 2t}{2tx(x+1)}}$

c) $3^{3+\frac{1}{x-2}} = 3^{\frac{3(x-2)+1}{x-2}} = 3^{\frac{3x-5}{x-2}}$

d) $e^{\frac{1}{2x} + \frac{1}{a-x} - \frac{1}{x+a}} = e^{\frac{(a+x)(a-x) + 2x(a+x) - 2x(a-x)}{2x(a+x)(a-x)}} = e^{\frac{a^2 - x^2 + 2ax + 2x^2 - 2ax + 2x^2}{2x(a^2 - x^2)}} = e^{\frac{a^2 + 3x^2}{2x(a^2 - x^2)}}$

e) $e^{\frac{1}{2ab^2} \cdot \frac{3b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}}} = 3 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{2}}$

g) $\frac{\frac{1}{7}a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}x} = \frac{2a^{\frac{1}{6}}}{b^{\frac{1}{6}}x} = \frac{2}{x} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$

h) $\frac{8a^{\frac{1}{2}}x}{2ax^{\frac{1}{3}}} = \frac{4x^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{2}}}$

i) $\frac{\frac{1}{6}a^3x^{\frac{1}{3}}y^0}{3a^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}} = \frac{2x^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{6}}y^{\frac{1}{2}}}$

j) $\frac{\frac{1}{4}a^{\frac{1}{2}}xy}{a^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}} = \frac{3xy^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}}}$

k) $\frac{\frac{1}{3}a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}x}{3ab^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{3}}} = \frac{2b^{\frac{1}{6}}x^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{2}}}$

l) $\frac{\frac{1}{10}a^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{3}}y}{2ax^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}} = \frac{5y^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{6}}}$

m) $\frac{\frac{1}{4}a^{\frac{1}{2}}bx^{\frac{1}{2}}}{4ab^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{3}}} = \frac{4b^{\frac{2}{3}}x^{\frac{1}{6}}}{a^{\frac{1}{2}}}$

n) $\frac{\frac{1}{a^4}b^{\frac{1}{n+3}}}{a^{\frac{1}{n}}b^{\frac{1}{2n-1}}} = a^{\frac{1}{4}-\frac{1}{n}}b^{\frac{1}{n+3}-\frac{1}{(2n-1)}} = a^{\frac{n-4}{4}}b^{\frac{2n-1-n-2}{(n+2)(2n-1)}} = a^{\frac{n-4}{4}}b^{\frac{n-3}{(n+2)(2n-1)}}$

o) $\frac{4^{\frac{1}{x+2}}}{16} = 4^{\frac{1}{x+2}} \cdot 4^{-2} = 4^{\frac{1}{x+2}-2} = 4^{\frac{1-2x-4}{x+2}} = 4^{\frac{-2x+3}{x+2}} = \frac{1}{4^{\frac{2x+3}{x+2}}}$

p) $\frac{81}{3x^{\frac{1}{x+3}}} = 3^{4-\frac{1}{x+3}} = 3^{\frac{4x+11}{x+3}}$

q) $(a-b)^{\frac{1}{3}-\frac{1}{(n-1)}} = (a-b)^{\frac{n-1-3}{3 \cdot (n-1)}} = (a-b)^{\frac{n-4}{3(n-1)}}$

r) $\frac{a^{\frac{1}{n+1}}}{a^{\frac{1}{n}}} = a^{\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n}} = a^{\frac{n-n-1}{n(n+1)}} = a^{-\frac{1}{n(n+1)}} = \frac{1}{a^{\frac{1}{n(n+1)}}}$

Lösung A2

a) $3^{\frac{1}{2n+2}}$

b) $16x^2 + 24xy^{\frac{1}{2}} + 9y$

c) $-x^{\frac{1}{2}} + 4x^{\frac{1}{4}} - 4$

d) $x - x^{\frac{2}{3}}$

e) $9x + 12x^{\frac{1}{2}}t + 4t^2$

f) $3^{\frac{1}{2}}(x - 2x^{\frac{1}{2}}t + t^2)$

Lösung A3

a) $4a^{\frac{1}{3}}xb^{-1}$

b) $4a^{\frac{1}{2}}yb^{-\frac{1}{3}}$

c) $2a^{-\frac{1}{2}}yb^{-\frac{1}{2}} = 2y(ab)^{-\frac{1}{2}}$

d) $2a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}} = 2a^{\frac{2}{3}}(bx)^{\frac{1}{2}}$

e) $15a^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{2}}xy^{-1}$

f) $3a^{-\frac{2}{3}}x^{\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{2}}$

g) $5a^{\frac{1}{2}}x^{-\frac{2}{3}}$

h) $4a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{6}}c^{-1}$

Aufgabenblatt

zu Potenzen mit rationalem Exponenten

Potenzen Lösungen

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 2

Lösung A4

- | | |
|---|--|
| a) $3(a^{\frac{1}{2}} + 2a^{\frac{1}{3}})$ | b) $2(a^{\frac{1}{2}} - 3a^{\frac{1}{3}} + 2a^{\frac{1}{4}} - 4a^{\frac{1}{5}})$ |
| c) $3(x-2)\left(\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} - 1\right)^2$ | d) $\frac{1}{2}\left(e^{\frac{1}{x}} - \frac{1}{2}e^{\frac{1}{x+1}}\right)$ |
| e) $3\left(x^{\frac{1}{4}} - 4x^{\frac{1}{2}}\right)$ | f) keine Vereinfachung möglich |
| g) $a^{\frac{1}{5b}} + 3a^{\frac{5}{5b}} = a^{\frac{1}{5b}}(1 + 3a^{\frac{4}{5b}})$ | h) keine Vereinfachung möglich |
| i) keine Vereinfachung möglich | |

Lösung A5

- | | |
|---|---|
| a) $x^{\frac{1}{2}}(x^{\frac{1}{2}} + 2)$ | b) $3a^{\frac{1}{3}}(a^{\frac{1}{3}} - 4)$ |
| c) $(x^{\frac{1}{8}} + a^{\frac{1}{4}})(x^{\frac{1}{8}} - a^{\frac{1}{4}})$ | d) $(e^{\frac{1}{2x}} + e^{\frac{1}{6x}})(e^{\frac{1}{2x}} - e^{\frac{1}{6x}})$ |
| e) $(e^{4x} + 1)(e^{4x} - 1)$ | f) $e^{\frac{1}{x}}(x + 1)^2$ |