Aufgabenblatt zu Potenzen mit rationalem Exponenten

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 4

Dokument mit 92 Aufgaben

Hinweis:

In diesem Aufgabenblatt musst du selbst entscheiden, welche der vier Potenzgesetze du anwenden musst.

1. Potenzgesetz

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Hochzahlen addiert. Es gilt: $\boldsymbol{a^r \cdot a^s \cdot a^t = a^{r+s+t}}$

2. Potenzgesetz

Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man die Hochzahlen subtrahiert. Es gilt: $\boldsymbol{a^r : a^s : a^t = a^{r-s-t}}$

3. Potenzgesetz

Potenzen werden potenziert, indem man die Hochzahlen multipliziert. Es gilt:

$$\boldsymbol{((a^r)^s)^t = a^{r \cdot s \cdot t}}$$

4. Potenzgesetz

Potenzen mit gleichem Exponenten und unterschiedlicher Basis werden multipliziert bzw. dividiert, indem man die Basis miteinander multipliziert/dividiert und den Exponenten beibehält.

Es gilt: $\boldsymbol{a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n}$ *bzw.*

$$\boldsymbol{a^n : b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n}$$

Aufgabe A1

Vereinfache.

a) $\frac{1}{8} : 2^{\frac{1}{3}}$

b) $3^{\frac{1}{15}} : 3^{\frac{1}{5}}$

c) $5^{\frac{1}{4}} : 5^{\frac{1}{3}}$

d) $(-3)^{\frac{2}{7}} : (-3)^{\frac{4}{7}}$

e) $(-3)^{\frac{4}{7}} : (-3)^{\frac{2}{7}}$

f) $7^{\frac{1}{4}} : 49$

g) $256 : 2^{\frac{1}{5}}$

h) $3^{\frac{2}{5}} : 81$

i) $6^{\frac{3}{5}} : 216$

j) $3^{\frac{1}{2k+1}} : 3^{\frac{1}{k+1}}$

k) $7^{\frac{1}{5k}} : 7^{\frac{1}{2k-1}}$

l) $5^{\frac{1}{3k+1}} : 5^{\frac{1}{3k-1}}$

m) $5^{\frac{1}{5k-1}} : 125$

n) $3^{\frac{1}{k+5}} : 243$

o) $2^{\frac{1}{6k}} : 64$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabenblatt zu Potenzen mit rationalem Exponenten

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 4

Aufgabe A2

Schreibe mit positivem Exponenten.

a) $7^{-\frac{2}{3}}$ b) $8^{-\frac{1}{2}}$ c) $(-5)^{-\frac{1}{3}}$

d) $0{,}2^{-\frac{3}{5}}$ e) $4^{-\frac{1}{10}}$ f) $a^{-\frac{2}{5}}$

g) $a^{-\frac{1}{1}}$ h) $7^{-\frac{n}{2}}$ i) $a^{-\frac{n}{2}}$

j) $(a+b)^{-\frac{7}{5}}$ k) $(a-b)^{-\frac{1}{2}}$ l) $(3x+2y)^{-\frac{1}{2n}}$

m) $\frac{1}{5^{-\frac{1}{2}}}$ n) $\frac{1}{3^{-\frac{3}{4}}}$ o) $\frac{1}{(-2)^{-\frac{2}{5}}}$

p) $\frac{1}{(-6)^{-\frac{4}{7}}}$ q) $\frac{5}{7^{-\frac{3}{7}}}$ r) $\frac{1}{a^{-\frac{1}{8}}}$

s) $\frac{a}{b^{-\frac{2}{3}}}$ t) $\frac{5}{5^{-\frac{4}{5}}}$ u) $\frac{1}{(a+b)^{-\frac{2}{3}}}$

v) $\frac{1}{a^{-\frac{1}{2n}}}$ w) $\frac{5^{\frac{1}{2}}}{5^{-\frac{1}{3}}}$ x) $\frac{a^{\frac{1}{n}}}{a^{-\frac{1}{n}}}$

Aufgabe A3

Berechne und schreibe das Ergebnis nur mit positivem Exponenten.

a) $3^{\frac{1}{5}}:3^{\frac{1}{8}}$ b) $7^{\frac{1}{2}}:7^{\frac{1}{3}}$ c) $5^{\frac{1}{12}}:5^{\frac{1}{15}}$

d) $2:2^{\frac{1}{4}}$ e) $7^{\frac{1}{8}}:7^{\frac{1}{8}}$ f) $4^{\frac{1}{12}}:4^{\frac{1}{7}}$

g) $4^{\frac{1}{7}}:4^{\frac{1}{12}}$ h) $6^{\frac{1}{3}}:6$ i) $6:6^{\frac{1}{3}}$

j) $3^{\frac{1}{k+3}}:3^{\frac{1}{k+5}}$ k) $3^{\frac{1}{k+5}}:3^{\frac{1}{k+2}}$ l) $5^{\frac{1}{2k-1}}:5^{\frac{1}{2k+1}}$

m) $5^{\frac{1}{2k-1}}:5^{\frac{1}{4k+1}}$ n) $a^{\frac{1}{5}}:a^{\frac{2}{9}}$ o) $a^{\frac{1}{3k+5}}:a^{\frac{1}{4k+6}}$

p) $a^{\frac{1}{3k-2}}:a^{\frac{1}{5k+2}}$

Aufgabe A4

Multipliziere und schreibe das Ergebnis, wenn möglich, mit positiven Exponenten ($a \neq 0$).

a) $3^{-\frac{1}{5}} \cdot 3^{\frac{1}{7}}$ b) $5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{-\frac{1}{3}}$

c) $7^{-\frac{1}{3}} \cdot 7^{-\frac{1}{5}}$ d) $12^{\frac{1}{3}} \cdot 12^{-\frac{1}{2}}$

e) $12^{-\frac{1}{3}} \cdot 12^{\frac{1}{2}}$ f) $12^{-\frac{2}{3}} \cdot 12^{-\frac{3}{4}}$

g) $125 \cdot 5^{-\frac{2}{5}}$ h) $3^{-\frac{1}{2}} \cdot 81$

i) $64 \cdot 2^{-\frac{1}{10}}$ j) $(-4)^{-\frac{2}{5}} \cdot (-4)^{-\frac{4}{7}}$

k) $a^{-\frac{1}{3}} \cdot a^{-\frac{1}{7}}$ l) $a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{-\frac{1}{7}}$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabenblatt zu Potenzen mit rationalem Exponenten

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 4

Aufgabe A5

Dividiere und gib das Ergebnis, wenn möglich, mit positiven Exponenten an ($a \neq 0; n \in \mathbb{Z}$).

a) $6^{\frac{2}{3}} : 6^{\frac{4}{5}}$

b) $6^{\frac{4}{5}} : 6^{\frac{2}{3}}$

c) $6^{-\frac{2}{3}} : 6^{\frac{4}{5}}$

d) $6^{\frac{2}{3}} : 6^{-\frac{4}{5}}$

e) $6^{-\frac{2}{3}} : 6^{-\frac{4}{5}}$

f) $(-3)^{-\frac{3}{5}} : (-3)^{\frac{3}{5}}$

g) $5 : 5^{\frac{4}{5}}$

h) $4^{-\frac{5}{7}} : 4$

i) $(-2)^{\frac{3}{5}} : (-2)^{-\frac{2}{5}}$

j) $\frac{1}{32} : 2^{\frac{3}{10}}$

k) $\frac{1}{81} : 3^{-\frac{2}{5}}$

l) $5^{-2} : \frac{1}{125}$

m) $5^{\frac{2}{3}} : \frac{1}{125}$

n) $\frac{1}{125} : 5^{-\frac{2}{3}}$

o) $a^{-\frac{2}{3}} : a^{-\frac{7}{5}}$

p) $a^{-\frac{2}{3}} : a^{\frac{7}{5}}$

q) $a^{\frac{2}{3}} : a^{-\frac{7}{5}}$

r) $a^{\frac{2}{3}} : a^{\frac{7}{5}}$

s) $3^{\frac{1}{2k+1}} : 3^{\frac{1}{k-3}}$

t) $5^{\frac{1}{2-3k}} : 5^{\frac{1}{4+2k}}$

u) $2^{\frac{1}{k+5}} : 2^{\frac{1}{4-2k}}$

v) $\frac{a^{\frac{k}{2}}}{a^{\frac{2}{3}k}}$

w) $\frac{a^{\frac{1}{3k+1}}}{a^{\frac{1}{3k-1}}}$

x) $\frac{a^{\frac{2}{3k-1}}}{a^{\frac{3}{3k-5}}}$

y) $\frac{a^{\frac{4}{2k-3}}}{a^{\frac{5}{5+2k}}}$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabenblatt zu Potenzen mit rationalem Exponenten

Potenzen

Lösungen

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 4

Lösung A1

a) $2^{-3}\cdot 2^{-\frac{1}{3}}=2^{-\frac{10}{3}}=\frac{1}{2^{\frac{10}{3}}}$

b) $3^{\frac{1}{15}}\cdot 3^{-\frac{1}{5}}=3^{-\frac{2}{15}}=\frac{1}{3^{\frac{2}{15}}}$

c) $5^{-\frac{1}{12}}=\frac{1}{5^{\frac{1}{12}}}$

d) $(-3)^{-\frac{2}{7}}=\frac{1}{3^{\frac{2}{7}}}$

e) $(-3)^{\frac{2}{7}}=3^{\frac{2}{7}}$

f) $7^{-\frac{7}{4}}=\frac{1}{7^{\frac{7}{4}}}$

g) $2^{\frac{39}{5}}$

h) $3^{-\frac{18}{5}}=\frac{1}{3^{\frac{18}{5}}}$

i) $6^{-\frac{12}{5}}=\frac{1}{6^{\frac{12}{5}}}$

j) $3^{\frac{k+1-2k-1}{(2k+1)(k+1)}}=3^{\frac{-k}{(2k+1)(k+1)}}$

k) $7^{\frac{2k-1-5k}{5k(2k-1)}}=7^{-\frac{3k+1}{5k(2k-1)}}$

l) $5^{\frac{3k-1-3k-1}{9k^2-1}}=5^{\frac{-2}{9k^2-1}}$

m) $5^{\frac{1-15k+3}{5k-1}}=5^{\frac{4-15k}{5k-1}}$

n) $3^{\frac{1-5k-25}{k+5}}=3^{-\frac{5k+24}{k+5}}$

o) $2^{\frac{1-36k}{6k}}$

Lösung A2

a) $\frac{1}{7^{\frac{2}{3}}}$

b) $\frac{1}{8^{\frac{1}{2}}}$

c) $-\frac{1}{5^{\frac{1}{3}}}$

d) $\frac{1}{0{,}2^{\frac{3}{5}}}$

e) $\frac{1}{4^{\frac{1}{10}}}$

f) $\frac{1}{a^{\frac{2}{5}}}$

g) $\frac{1}{a}$

h) $\frac{1}{7^{\frac{n}{2}}}$

i) $\frac{1}{a^{\frac{n}{2}}}$

j) $\frac{1}{(a+b)^{\frac{7}{5}}}$

k) $\frac{1}{(a-b)^{\frac{1}{2}}}$

l) $\frac{1}{(3x+2y)^{\frac{1}{2n}}}$

m) $5^{\frac{1}{2}}$

n) $3^{\frac{3}{4}}$

o) $(-2)^{\frac{2}{5}}=2^{\frac{2}{5}}$

p) $6^{\frac{4}{7}}$

q) $5\cdot 7^{\frac{3}{7}}$

r) $a^{\frac{1}{8}}$

s) $ab^{\frac{2}{3}}$

t) $5\cdot 5^{\frac{4}{5}}=5^{\frac{9}{5}}$

u) $(a+b)^{\frac{2}{3}}$

v) $a^{\frac{1}{2n}}$

w) $5^{\frac{1}{2}}\cdot 5^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{5}{6}}$

x) $a^{\frac{2}{n}}$

Lösung A3

a) $3^{\frac{1}{5}}\cdot 3^{-\frac{1}{8}}=3^{\frac{3}{40}}$

b) $7^{\frac{1}{2}}\cdot 7^{-\frac{1}{3}}=7^{\frac{1}{6}}$

c) $5^{\frac{1}{12}}\cdot 5^{-\frac{1}{15}}=5^{\frac{1}{60}}$

d) $2^{\frac{3}{4}}$

e) 1

f) $4^{\frac{1}{12}}\cdot 4^{-\frac{1}{7}}=4^{\frac{-5}{84}}=\frac{1}{4^{\frac{5}{84}}}$

g) $4^{\frac{1}{7}}\cdot 4^{-\frac{1}{12}}=4^{\frac{5}{84}}$

h) $6^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{6^{\frac{2}{3}}}$

i) $6^{\frac{2}{3}}$

j) $3^{\frac{1}{k+3}}\cdot 3^{-\frac{1}{k+5}}=3^{\frac{2}{(k+3)(k+5)}}$

k) $3^{-\frac{3}{(k+3)(k+5)}}=\frac{1}{3^{\frac{3}{(k+3)(k+5)}}}$

l) $5^{\frac{1}{2k-1}}\cdot 5^{-\frac{1}{2k+1}}=5^{\frac{2}{4k^2-1}}$

m) $5^{\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{(4k+1)}}=5^{\frac{2k+2}{(2k-1)(4k+1)}}$

n) $a^{\frac{1}{5}-\frac{2}{9}}=a^{\frac{9-10}{45}}=\frac{1}{a^{\frac{1}{45}}}$

o) $a^{\frac{1}{3k+5}-\frac{1}{4k+6}}=a^{\frac{k+1}{(3k+5)(4k+6)}}$

p) $a^{\frac{1}{3k-2}-\frac{1}{5k+2}}=a^{\frac{2k+4}{(3k-2)(5k+2)}}$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabenblatt zu Potenzen mit rationalem Exponenten

Lösungen

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 4

Lösung A4

a) $3^{\frac{2}{35}}$

b) $5^{\frac{1}{6}}$

c) $7^{-\frac{8}{15}} = \frac{1}{7^{\frac{8}{15}}}$

d) $12^{-\frac{1}{6}} = \frac{1}{12^{\frac{1}{6}}}$

e) $12^{\frac{1}{6}}$

f) $12^{-\frac{17}{12}} = \frac{1}{12^{\frac{17}{12}}}$

g) $5^3 \cdot 5^{-\frac{2}{5}} = 5^{\frac{13}{5}}$

h) $3^{-\frac{1}{2}} \cdot 3^4 = 3^{\frac{7}{2}}$

i) $2^6 \cdot 2^{-\frac{1}{10}} = 2^{\frac{59}{60}}$

j) $4^{-\frac{2}{5}-\frac{4}{7}} = 4^{-\frac{34}{35}} = \frac{1}{4^{\frac{34}{35}}}$

k) $a^{-\frac{10}{21}} = \frac{1}{a^{\frac{10}{21}}}$

l) $a^{\frac{4}{21}}$

Lösung A5

a) $6^{\frac{2}{3}-\frac{5}{5}} = 6^{-\frac{5}{15}} = \frac{1}{6^{\frac{1}{3}}}$

b) $6^{\frac{4}{5}-\frac{2}{3}} = 6^{\frac{2}{15}}$

c) $6^{-\frac{2}{3}-\frac{4}{5}} = 6^{-\frac{22}{15}} = \frac{1}{6^{\frac{22}{15}}}$

d) $6^{\frac{2}{3}+\frac{4}{5}} = 6^{\frac{22}{15}}$

e) $6^{-\frac{2}{3}+\frac{4}{5}} = 6^{\frac{2}{15}}$

f) $(-3)^{-\frac{3}{5}-\frac{3}{5}} = \frac{1}{3^{\frac{6}{5}}}$

g) $5^{1-\frac{4}{5}} = 5^{\frac{1}{5}}$

h) $4^{-\frac{5}{7}-1} = \frac{1}{4^{\frac{12}{7}}}$

i) $(-2)^{\frac{3}{5}+\frac{2}{5}} = -2$

j) $2^{-5-\frac{3}{10}} = \frac{1}{2^{\frac{53}{10}}}$

k) $3^{-4+\frac{2}{5}} = \frac{1}{3^{\frac{18}{5}}}$

l) $5^{-2+3} = 5$

m) $5^{\frac{2}{3}+3} = 5^{\frac{11}{3}}$

n) $5^{-3+\frac{2}{3}} = \frac{1}{5^{\frac{7}{3}}}$

o) $a^{-\frac{2}{3}+\frac{7}{5}} = a^{\frac{11}{15}}$

p) $a^{-\frac{2}{3}-\frac{7}{5}} = \frac{1}{a^{\frac{31}{15}}}$

q) $a^{\frac{2}{3}+\frac{7}{5}} = a^{\frac{31}{15}}$

r) $a^{\frac{2}{3}-\frac{7}{5}} = \frac{1}{a^{\frac{11}{15}}}$

s) $3^{\frac{1}{2k+1}-\frac{1}{k-3}} = 3^{\frac{-k-4}{(2k+1)(k-3)}} = \frac{1}{3^{\frac{k+4}{(2k+1)(k-3)}}}$

t) $5^{\frac{1}{2-3k}-\frac{1}{4+2k}} = 5^{\frac{2+5k}{(2-3k)(4+2k)}}$

u) $2^{\frac{1}{k+5}-\frac{1}{4-2k}} = 2^{\frac{-3k-1}{(k+5)(4-2k)}} = \frac{1}{2^{\frac{3k+1}{(k+5)(4-2k)}}}$

v) $a^{\frac{k}{2}-\frac{2k}{3}} = a^{-\frac{k}{6}} = \frac{1}{a^{\frac{k}{6}}}$

w) $a^{\frac{1}{3k+1}-\frac{1}{3k-1}} = \frac{1}{a^{\frac{2}{9k^2-1}}}$

x) $a^{\frac{2}{3k-1}-\frac{3}{3k-5}} = a^{\frac{-3k-2}{(3k-1)(3k-5)}} = \frac{1}{a^{\frac{3k+2}{(3k-1)(3k-5)}}}$

y) $a^{\frac{4}{2k-3}-\frac{5}{5+2k}} = a^{\frac{-2k+35}{(2k-3)(5+2k)}} = \frac{1}{a^{\frac{2k-35}{(2k-3)(5+2k)}}}$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de