Einleitung

In der Zinsrechnung unterscheidet man vier Begriffe. Es sind dies:

Das **Kapital**

Das Kapital (auch Basiswert genannt) stellt stets die 100%-Basis der Zinsrechnung dar. Es ist der Basiswert für die Errechnung der Zinsen bzw. des Zinssatzes oder Zeitfaktors. Als Kapital gelten Geldbeträge, die man bei einer Bank hinterlegt (Guthaben), um Zinsen zu erhalten bzw. die man sich von einer Bank ausleiht (Kredit), um sich etwas zu beschaffen (Auto, Haus) und dafür Zinsen an die Bank zu zahlen.

Die **Zinsen**

Die Zinsen ist der Geldbetrag, der sich aus der Multiplikation des Kapitals mit dem Zinssatz und dem Zeitfaktor ergibt. Sie sind der Betrag, den man von einer Bank erhält, wenn man Guthaben bei ihr einlegt bzw. der Betrag, den man an die Bank zu zahlen hat, wenn man dortselbst einen Kredit aufnimmt.

Der **Zinssatz**

Der Zinssatz ist eine Dezimalzahl in %-Schreibweise, die angibt, wie viele Teile des Kapitals multipliziert mit dem Zeitfaktor die Zinsen ergeben.

Der **Zeitfaktor**

Der Zeitfaktor gibt an, für welchen Zeitraum Zinsen berechnet werden sollen. Der Zeitraum selbst kann nicht größer als ein Jahr sein.

In der Prozentrechnung gilt der ermittelte Prozentwert unmittelbar und in voller Höhe. In der Zinsrechnung hingegen werden die ermittelten Zinsen nur dann in der berechneten Höhe gewährt, wenn das Kapital genau **1 Jahr** bei der Bank hinterlegt wurde bzw. von ihr ausgeliehen wurde. Ist dieser Zeitraum kleiner als ein Jahr, so werden Zinsen nur anteilig gewährt (bei Guthaben) bzw. sind sie anteilig an die Bank zu entrichten (bei Krediten).

In Zinsrechnungsaufgaben sind **immer** 3 der angeführten Variablen vorgegeben und die vierte Variable soll errechnet werden. Somit gibt es nur vier Arten von Zinsrechnungsaufgaben und zwar:

Merksatz

*Gegeben **Kapital, Zinssatz, Zeitfaktor*** → *gesucht: **Zinsen***
*Gegeben **Zinsen, Zinssatz, Zeitfaktor*** → *gesucht: **Kapital***
*Gegeben **Kapital, Zinsen, Zeitfaktor*** → *gesucht: **Zinssatz***
*Gegeben **Kapital, Zinsen, Zinssatz*** → *gesucht: **Zeitfaktor***

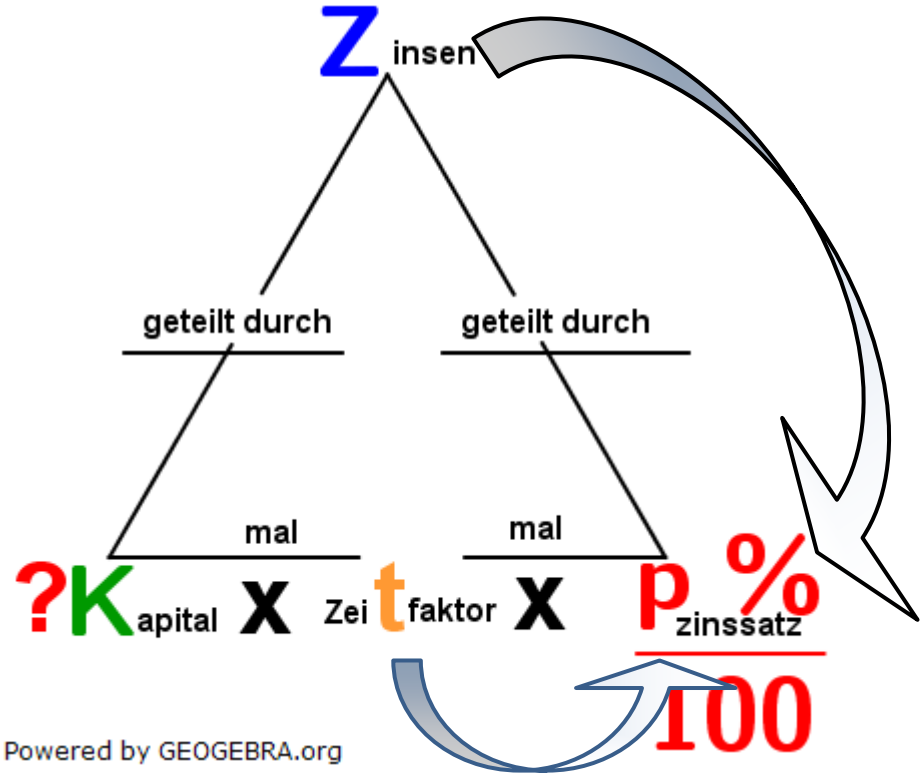
Es gibt keine anderen Arten von Aufgaben in der Zinsrechnung als diese vier aufgeführten Arten.

Je nach Schulart wird die Lösung solcher Aufgaben über die Dreisatzrechnung gelehrt bzw. auf eine viel einfachere Art und Weise, über Formeln.

Die Berechnung des Kapitals aus den Zinsen

Auch in der Zinsrechnung verzichten wir auf die umständlichen Dreisatzrechnungen, denn das Zinsschema ist mit dem Prozentrechnungsschema bis auf den zusätzlichen Zeitfaktor t identisch.

Zur Berechnung des Kapitals aus den Zinsen gilt:



Eine Aufgabe fragt nach dem Kapital. Dieses erhalten wir ganz einfach, indem wir die Zinsen durch den $\frac{p\,\%_{zinssatz}}{100}$ multipliziert mit dem Zeitfaktor dividieren. Wir müssen lediglich beachten, dass wir $p\,\%_{zinssatz}$ als Prozentzahl einsetzen müssen. Liegt der Zinssatz bereits als Dezimalzahl ohne Prozentzeichen vor, müssen wir die Multiplikation des Zählers mit 100 weglassen.
Somit gilt:

$$K = \frac{Z}{t \cdot \frac{p\,\%}{100}} = \frac{Z \cdot 100}{t \cdot p\,\%}$$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de
© by Fit-in-Mathe-Online.de

Beispiele

Beispiel 1: Ein Kapital wird 1 Jahr mit einem Zinssatz von $2{,}5\,\%$ angelegt. Dadurch bringt das Kapital $37{,}50\,€$ Zinsen. Welcher Betrag wurde ursprünglich angelegt?

Lösung 1: Gesucht wird hier das Kapital K. Die Zinsen sind $Z = 37{,}50$, der Zeitfaktor ist $t = 1$ und der Zinssatz ist $p\,\% = 2{,}5\,\%$.

Aus der Grafik lesen wir ab, dass $K = \frac{Z \cdot 100}{t \cdot p\,\%}$ ist. Somit können wir die Berechnung $K = \frac{Z \cdot 100}{t \cdot p\,\%}$ durchführen:

$$K = \frac{37{,}50 \cdot 100}{1 \cdot 2{,}5\,\%} = 1500{,}00$$

Das ursprüngliche Kapital betrug $1500\,€$.

Beispiel 2: Ein Kapital wird 1 Jahr mit einem Zinssatz von $4{,}5\,\%$ angelegt und bringt dadurch $30{,}69\,€$ Zinsen. Wie hoch war das ursprünglich angelegte Kapital?

Lösung 1: Gesucht wird hier das Kapital K. Die Zinsen sind $Z = 30{,}69$, der Zeitfaktor ist $t = 1$ und der Zinssatz ist $p\,\% = 4{,}5\,\%$.

Aus der Grafik lesen wir ab, dass $K = \frac{Z \cdot 100}{t \cdot p\,\%}$ ist. Somit können wir die Berechnung $K = \frac{Z \cdot 100}{t \cdot p\,\%}$ durchführen:

$$K = \frac{30{,}69 \cdot 100}{1 \cdot 4{,}5\,\%} = 682{,}00$$

Das ursprüngliche Kapital betrug $682\,€$.

Beispiel 3: Ein Kapital wird 5 Monate lang mit einem Zinssatz von $0{,}5\,\%$ angelegt und bringt dadurch $7{,}50\,€$ *Zinsen*. Wie hoch war das ursprünglich angelegte Kapital?

Lösung 3: Gesucht wird hier das Kapital K. Die Zinsen sind $Z = 7{,}50$, der Zeitfaktor ist $t = \frac{5}{12}$, da im Aufgabentext „5 Monate" steht. Der Zinssatz ist $p\,\% = 0{,}5\,\%$.

Aus der Grafik lesen wir ab, dass $K = \frac{Z \cdot 100}{t \cdot p\,\%}$ ist. Somit können wir die Berechnung $K = \frac{Z \cdot 100}{t \cdot p\,\%}$ durchführen:

$$K = \frac{7{,}50 \cdot 100}{\frac{5}{12} \cdot 0{,}5\,\%} = 3600{,}00$$

Das ursprüngliche Kapital betrug $682\,€$.

Beispiel 4: Ein Kapital wird 68 Tage mit einem Zinssatz von $1{,}5\,\%$ angelegt und bringt dadurch $12{,}22\,€$ *Zinsen*. Wie hoch war das ursprünglich angelegte Kapital?

Lösung 4: Gesucht wird hier das Kapital K. Die Zinsen sind $Z = 12{,}22$, der Zeitfaktor ist $t = \frac{68}{360}$, da im Aufgabentext „68 Tage" steht. Der Zinssatz ist $p\,\% = 1{,}5\,\%$.

Aus der Grafik lesen wir ab, dass $K = \frac{Z \cdot 100}{t \cdot p\,\%}$ ist. Somit können wir die Berechnung $K = \frac{Z \cdot 100}{t \cdot p\,\%}$ durchführen:

$$K = \frac{12{,}22 \cdot 100}{\frac{68}{360} \cdot 1{,}5\,\%} = 4313{,}00$$

Das ursprüngliche Kapital betrug $4\,313\,€$.

Beispiel 5: Ein Kapital wird vom 01.01 bis zum 30.07 mit einem Zinssatz von $3{,}5\,\%$ angelegt und bringt dadurch $101{,}60\,€$ *Zinsen*. Wie hoch war das ursprünglich angelegte Kapital?

Lösung 5: Gesucht wird hier das Kapital K. Die Zinsen sind $Z = 101{,}60$, der Zinssatz ist $p\,\% = 3{,}5\,\%$, den Zeitfaktor t müssen wir zunächst ermitteln. Wir bilden die Differenz aus Ende- und Anfangsdatum:

30 07
−01 01

6 Monate → 180 Tage
29 Tage → +29 Tage
209 Tage

Der Zeitfaktor ist $t = \frac{209}{360}$

Aus der Grafik lesen wir ab, dass $K = \frac{Z \cdot 100}{t \cdot p\,\%}$ ist. Somit können wir die Berechnung $K = \frac{Z \cdot 100}{t \cdot p\,\%}$ durchführen:

$$K = \frac{101{,}60 \cdot 100}{\frac{209}{360} \cdot 3{,}5\,\%} = 5000{,}14$$

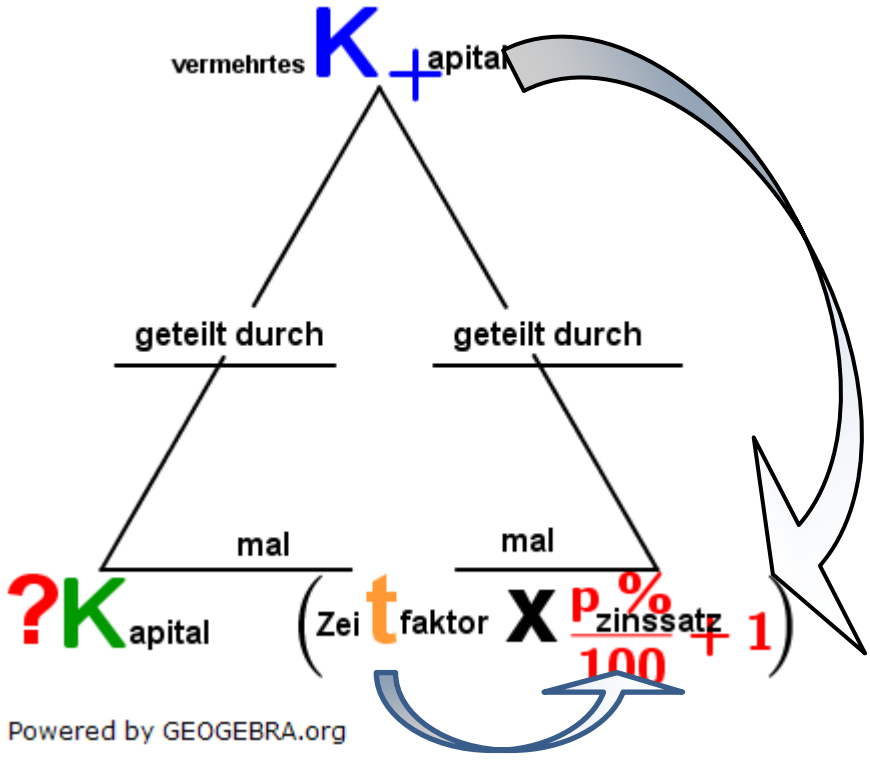
Das ursprüngliche Kapital betrug $5\,000{,}14\,€$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de
© by Fit-in-Mathe-Online.de

Die Berechnung des Kapitals aus vermehrtem Kapital

Ähnlich dem vermehrten Grundwert in der Prozentrechnung gibt es ein vermehrtes Kapital in der Zinsrechnung.
Es gibt Aufgaben, in denen nicht die Zinsen alleine gegeben sind / von Interesse sind, sondern vielmehr das Ausgangskapital vermehrt um die Zinsen. Wir bezeichnen dieses vermehrte Kapital mit dem Buchstaben **K+**. Dieses K_+ tritt nun in unserem Berechnungsschema an die Stelle des **Z**.

Zur Berechnung des Kapitals aus vermehrtem Kapital gilt:



Eine Aufgabe fragt nach dem **K**apital, es sind keine Zinsen gegeben sondern ein vermehrtes **K+**apital. Wir müssen nun dieses vermehrte **K+**apital dividieren durch den Ausdruck $\left(\text{Zei}\,\mathbf{t}\text{faktor} \times \frac{p\,\%}{100} + 1\right)$. Auch hier müssen wir beachten, dass wir $p_{\text{zinssatz}}\%$ als Prozentzahl einsetzen müssen. Liegt der Zinssatz bereits als Dezimalzahl ohne Prozentzeichen vor, müssen wir die Division des Nenners durch 100 weglassen.
Somit gilt:

$$K = \frac{K_+}{t \cdot \frac{p\,\%}{100} + 1}$$

Beispiele

Beispiel 6: Ein Kapital wird 1 Jahr mit einem Zinssatz von 2,5 % angelegt. Das Kapital wächst dadurch auf 1 537,50 €. Wie hoch war das ursprüngliche Kapital?

Lösung 6: Gesucht wird hier das Kapital K. Das vermehrte Kapital ist $K_+ = 1537{,}50\,€$, der Zeitfaktor ist $t = 1$ und der Zinssatz ist $p\,\% = 2{,}5\,\%$.

Aus der Grafik lesen wir ab, dass $K = \frac{K_+}{t \cdot \frac{p\,\%}{100} + 1}$ ist. Somit können wir die Berechnung $K = \frac{K_+}{t \cdot \frac{p\,\%}{100} + 1}$ durchführen:

$$K = \frac{1537{,}50}{1 \cdot \frac{2{,}5}{100} + 1} = 1500{,}00$$

Das ursprüngliche Kapital betrug 1 500,00 €.

Beispiel 7: Ein Kapital wird 1 Jahr mit einem Zinssatz von 4,5 % angelegt. Das Kapital wächst dadurch auf 712,69 €. Wie hoch war das ursprüngliche Kapital?

Lösung 7: Gesucht wird hier das Kapital K. Das vermehrte Kapital ist $K_+ = 712{,}69\,€$, der Zeitfaktor ist $t = 1$ und der Zinssatz ist $p\,\% = 4{,}5\,\%$.

Aus der Grafik lesen wir ab, dass $K = \frac{K_+}{t \cdot \frac{p\,\%}{100} + 1}$ ist. Somit können wir die Berechnung $K = \frac{K_+}{t \cdot \frac{p\,\%}{100} + 1}$ durchführen:

$$K = \frac{712{,}69}{1 \cdot \frac{4{,}5}{100} + 1} = 682{,}00$$

Das ursprüngliche Kapital betrug 682,00 €.

Beispiel 8: Ein Kapital wird 5 Monate mit einem Zinssatz von 0,5 % angelegt. Das Kapital wächst dadurch auf 3607,50 €. Wie hoch war das ursprüngliche Kapital?

Lösung 8: Gesucht wird hier das Kapital K. Das vermehrte Kapital ist $K_+ = 3607{,}50\,€$, der Zeitfaktor ist $t = \frac{5}{12}$, da im Text „5 Monate" steht. Der Zinssatz ist $p\,\% = 0{,}5\,\%$.

Aus der Grafik lesen wir ab, dass $K = \frac{K_+}{t \cdot \frac{p\,\%}{100} + 1}$ ist.

$$K = \frac{3607{,}50}{\frac{5}{12} \cdot \frac{0{,}5}{100} + 1} = 1500{,}00$$

Das ursprüngliche Kapital betrug 1 500 €.

Beispiel 9: Ein Kapital wird 68 Tage mit einem Zinssatz von 1,5 % angelegt. Das Kapital wächst dadurch auf 4326,22 €. Wie hoch war das ursprüngliche Kapital?

Lösung 9: Gesucht wird hier das Kapital K. Das vermehrte Kapital ist $K_+ = 4326{,}22\,€$, der Zeitfaktor ist $t = \frac{68}{360}$, da im Text „68 Tage" steht. Der Zinssatz ist $p\,\% = 1{,}5\,\%$.

Aus der Grafik lesen wir ab, dass $K = \frac{K_+}{t \cdot \frac{p\,\%}{100} + 1}$ ist.

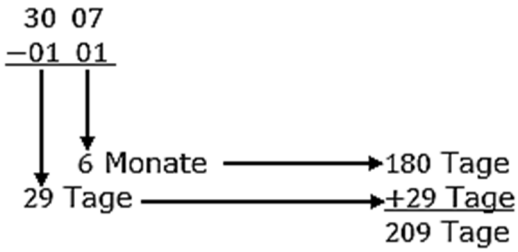
$$K = \frac{4326{,}22}{\frac{68}{360} \cdot \frac{1{,}5}{100} + 1} = 4314{,}00$$

Das ursprüngliche Kapital betrug 4 314 €.

Beispiel 10: Ein Kapital wird vom 01.01 bis zum 30.07 mit einem Zinssatz von $3{,}5\ \%$ angelegt. Das Kapital wächst dadurch auf $5101{,}60\ €$. Wie hoch war das ursprüngliche Kapital?

Lösung 10: Gesucht wird hier das Kapital K. Das vermehrte Kapital ist $K_+ = 5101{,}60\ €$, der Zinssatz ist $p\ \% = 3{,}5\ \%$. Den Zeitfaktor müssen wir zunächst ermitteln.

Wir bilden die Differenz aus Ende- und Anfangsdatum:



Der Zeitfaktor ist $t = \frac{209}{360}$

Aus der Grafik lesen wir ab, dass $Z = K \cdot t \cdot \frac{p\ \%}{100}$ ist. Somit können wir die Multiplikation $Z = K \cdot t \cdot \frac{p\ \%}{100}$ durchführen:

$$K = \frac{5101{,}60}{\frac{209}{360} \cdot \frac{3{,}5}{100} + 1} = 5000{,}00$$

Das ursprüngliche Kapital betrug $5\,000\ €$.