

## Aufgabe A1

Familie Meier legt 15 000 € zu folgenden Zinssätzen an:

1. Jahr: 2,8 %
2. Jahr: 3,2 %
3. Jahr: 3,6 %

- a) Auf welchen Betrag ist das Kapital nach 3 Jahren angewachsen?
- b) Berechne die Zinsbeträge in den einzelnen Jahren.
- c) Auf wie viel Euro wäre das Endkapital bei gleich bleibendem Zinssatz von 3,2 % in den 3 Jahren angewachsen?



## Aufgabe A2

Frau Dupfelmoser legt bei ihrer Bank Geld an. Im 1. Jahr wird es mit 3 % , im 2. Jahr mit 4 % verzinst.

Nach zwei Jahren ist ihr Guthaben auf 4 284,40 € angewachsen.

- a) Wie hoch war der Geldbetrag, den Frau Dupfelmoser angelegt hat?
- b) Wie viel Zinsen sind angefallen? Wie viel Prozent Zinsen sind es im 2. Jahr mehr als im Vorjahr?
- c) Warum kann man nicht bei beiden Jahren mit 3,5 % als Zinssatz rechnen?

## Aufgabe A3

Ein Anfangsguthaben von 12 000 € ist nach 3 Jahren auf 13 498,06 € angewachsen.

Zinssatz im 1. Jahr: 3,5 %

Zinssatz im 2. Jahr: 4,0 %

- a) Wie hoch war der Zinssatz im 3. Jahr?
- b) Wie viel Zinsen wurden jeweils am Jahresende gutgeschrieben?

## Aufgabe A4

Bundesschatzbriefe sind Wertpapiere mit jährlich wachsenden Zinssätzen nach festem Plan. Bei Typ B beträgt die Laufzeit längstens 7 Jahre. Die Zinsen werden dem Kapital zugeschlagen und mit-  
verzinst.

Verwende für die folgenden

Teilaufgaben die Prozentsätze aus der Grafik für Rendite Typ A bzw. B.

- a) Auf welchen Betrag wächst ein Anfangsguthaben von 2 000 € nach Ablauf von 7 Jahren an?
- b) Welcher Geldbetrag wurde angelegt, wenn nach 7 Jahren ein Betrag von 7 742,38 € angespart wurde?
- c) Mit welchem gleichbleibenden Zinssatz hätte man denselben Betrag angespart?
- d) Bei Typ A beträgt die Laufzeit längstens 6 Jahre. Die Zinsen werden jährlich ausbezahlt. Vergleiche die Ergebnisse von Typ A und Typ B nach 6 Jahren, wenn jeweils 3 000 € angelegt wurden.

Laufzeiten	Zinssatz	Rendite Typ A	Rendite Typ B
1 Jahr	2,25%	2,25%	2,25%
2 Jahre	2,50%	2,37%	2,37%
3 Jahre	3,00%	2,58%	2,58%
4 Jahre	3,25%	2,74%	2,75%
5 Jahre	3,50%	2,88%	2,90%
6 Jahre	4,00%	3,05%	3,08%
7 Jahre	4,00%	–	3,21%

## Aufgabe A5

Prüfe das Angebot an einem Beispiel.  
Was wäre, wenn die Reihenfolge der Zinssätze genau umgekehrt wäre?  
Antworte, bevor du am Beispiel prüfst.

**Immer mehr Zinsen!**

1. Jahr: 3 % Zinsen  
1. Jahr: 4 % Zinsen  
1. Jahr: 5 % Zinsen

## Aufgabe A6

Ein Anfangskapital von 20 000 € wird im 1. Jahr mit 3,75 % verzinst. Am Ende des 2. Jahres werden 871,50 € gutgeschrieben. Nach 3 Jahren ist das Anfangskapital auf 22 659,33 € angewachsen.

- a) Berechne des Zinssatz des 2. und des 3. Jahres.
- b) Um wieviel Prozent hat das Kapital insgesamt zugenommen?
- c) Mit welchem jährlich gleich bleibenden Zinssatz hätte das Anfangskapital verzinst werden müssen, um nach 3 Jahren ebenso auf 22 659,33 € anzuwachsen?



## Aufgabe A7

Herr Mustermann hat Geld angelegt. Nach 3 Jahren erhält er für ein Guthaben von 5 000 € Zinsen in Höhe von 629,64 €. Der Zinssatz im 3. Jahr beträgt 4,5 %. Die Zinssätze im 1. und 2. Jahr sind gleich.

- a) Wie hoch ist der Zinssatz im 1. Jahr?
- b) Wie viele Zinsen wurden im 2. Jahr gutgeschrieben?

## Aufgabe A8

Martha möchte 2 400 € anlegen. Sie prüft die Angebote von zwei Banken.

**Gutbank**

Laufzeit: 3 Jahre  
gleichbleibender  
Zinssatz  
**4,0 %**

**Nordbank**

1. Jahr: 3,5 % Zinsen  
2. Jahr: 4,0 % Zinsen  
3. Jahr: 4,5 % Zinsen  
Laufzeit: 3 Jahre

Auf den ersten Blick hält Martha beide Angebote für gleich gut. Stimmt ihr Eindruck?

## Lösung A1

$$K_n = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n$$

a)  $K_3 = 15000 \cdot 1,028 \cdot 1,032 \cdot 1,036 = 16486,32$   
*Das Kapital nach 3 Jahren beträgt 16 486,32 €.*

b)  $Z_1 = K_1 - K_0$ ;  $Z_2 = K_2 - K_1$ ;  $Z_3 = K_3 - K_2$   
 $K_1 = 15000 \cdot 1,028 = 15420,00$   
 $K_2 = 15000 \cdot 1,028 \cdot 1,032 = 15913,44$   
 $K_3 = 106486,32$   
 $Z_1 = 15420 - 15000 = 420,00$   
 $Z_2 = 15913,44 - 15420,00 = 493,44$   
 $Z_3 = 16486,32 - 15913,44 = 572,88$

*Die Zinsen betragen:*

*Im 1. Jahr 420,00 €, im 2. Jahr 493,44 € und im 3. Jahr 572,88 €.*

c)  $K_n = K_0 \cdot q^n$

$$K_3 = 15000 \cdot 1,032^3 = 16486,57$$

*Bei gleichbleibendem Zinssatz wäre das Kapital auf 16 486,57 € angestiegen.*

## Lösung A2

$$K_n = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n$$

a)  $K_2 = K_0 \cdot 1,03 \cdot 1,04 = 4284,40$   
 $4284,40 = K_0 \cdot 1,0712 \quad | \quad : 1,0712$   
 $K_0 = 3999,63$

*Das ursprünglich angelegte Kapital betrug 3 999,63 €.*

b)  $Z_{ges} = K_2 - K_0 = 4284,40 - 3999,63 = 284,77$   
*Es sind insgesamt 284,77 € Zinsen angefallen.*

$$Z_1 = K_1 - K_0; \quad Z_2 = Z_{ges} - Z_1$$

$$Z_1 = 3999,63 \cdot 1,03 - 3999,63 = 4119,62 - 3999,63 = 119,99$$

$$Z_2 = 284,77 - 119,99 = 164,78$$

$$q_{1,2} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{164,78}{119,99} = 1,3733$$

$$p_{1,2} \% = (1,3733 - 1) \cdot 100 \approx 37,3 \%$$

*Im zweiten Jahr sind es 37,3 % mehr Zinsen als im ersten Jahr.*

c) Beide Jahre mit 3,5 %:

$$K_2 = K_0 \cdot 1,035^2$$

Beide Jahre mit je 3,0 % im ersten und 4,0 % im zweiten Jahr:

$$K_2 = K_0 \cdot 1,03 \cdot 1,04$$

*Wegen  $1,035^2 = 1,071225$  nicht gleich  $1,03 \cdot 1,04 = 1,0712$  kann man nicht in beiden Jahren mit 3,5 % Zinsen rechnen.*

## Lösung A3

$$K_n = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n; \quad K_0 = 12\,000 \text{ €}; \quad K_3 = 13\,498,06 \text{ €}$$

a)  $K_3 = K_0 \cdot 1,035 \cdot 1,04 \cdot q_3$   
 $13498,06 = 12000 \cdot 1,035 \cdot 1,04 \cdot q_3$   
 $13498,06 = 12916,80 \cdot q_3 \quad | \quad : 12916,80$   
 $q_3 = 1,045$

$$p_3 \% = (1,045 - 1) \cdot 100 = 4,5 \%$$

*Im 3. Jahr wurden 4,5 % Zinsen gewährt.*

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 2

b)  $Z_1 = K_1 - K_0; Z_2 = K_2 - K_1; Z_3 = K_3 - K_2$

$$K_1 = 12000 \cdot 1,035 = 12420,00$$

$$K_2 = 12000 \cdot 1,035 \cdot 1,04 = 12916,80$$

$$K_3 = 13\,498,06 \text{ €} \quad | \quad \text{gegeben}$$

$$Z_1 = K_1 - K_0 = 12420,00 - 12000 = 420$$

$$Z_2 = K_2 - K_1 = 12916,80 - 12420,00 = 496,80$$

$$Z_3 = K_3 - K_2 = 13498,06 - 12916,80 = 591,26$$

Am Ende des ersten Jahres wurden 420 €, des zweiten Jahres 496,80 € und des dritten Jahres 591,26 € Zinsen gutgeschrieben.

## Lösung A4

$$K_n = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n \text{ für Typ B,}$$

$$K_n = K_0 + K_0 \cdot \left( \frac{p_1\%}{100} + \frac{p_2\%}{100} + \frac{p_3\%}{100} + \frac{p_4\%}{100} + \frac{p_5\%}{100} + \frac{p_6\%}{100} \right) \text{ für Typ A.}$$

a)  $K_7 = 2000 \cdot 1,0225 \cdot 1,0237 \cdot 1,0258 \cdot 1,0275 \cdot 1,029 \cdot 1,0308 \cdot 1,0321$

$$K_7 = 2415,58$$

Nach 7 beträgt das Kapital 2 415,58 €.

b)  $7742,38 = K_0 \cdot 1,0225 \cdot 1,0237 \cdot 1,0258 \cdot 1,0275 \cdot 1,029 \cdot 1,0308 \cdot 1,0321$

$$7742,38 = 1,207791887 \cdot K_0 \quad | \quad : 1,207791887$$

$$K_0 = 6410,36$$

Vor 7 Jahren wurden 6 410,36 € angelegt.

c)  $K_7 = K_0 \cdot q^7$

$$7742,38 = 6410,36 \cdot q^7 \quad | \quad : 6410,36$$

$$1,207791762 = q^7 \quad | \quad \sqrt[7]{\phantom{x}}$$

$$q = 1,0273$$

$$p\% = (1,0273 - 1) \cdot 100 = 2,73\%$$

Mit etwa 2,75 % festem Zinssatz hätte man das gleiche Ergebnis erzielt.

d) Typ A:

$$K_6 = 3000 + 3000 \cdot (0,025 + 0,0237 + 0,0258 + 0,0274 + 0,0288 + 0,0305)$$

$$K_6 = 3000 \cdot 1,1612 = 3483,60$$

$$q_{gesA} = \frac{3483,60}{3000} = 1,1612$$

Typ B:

$$K_6 = 3000 \cdot 1,0225 \cdot 1,0237 \cdot 1,0258 \cdot 1,0275 \cdot 1,029 \cdot 1,0308$$

$$K_6 = 3000 \cdot 1,170227581 = 3510,68$$

$$q_{gesB} = \frac{3510,68}{3000} = 1,1702$$

Die Rendite von Typ B ist etwa 1 % besser als die von Typ A.

## Lösung A5

Die Reihenfolge der Zinssätze hat keinen Einfluss auf das Endergebnis.

Begründung:

Nach dem Kommutativgesetz gilt:

$$K_3 = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 = K_0 \cdot q_3 \cdot q_2 \cdot q_1$$

## Lösung A6

$$K_3 = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3$$

a)  $22659,33 = (20000 \cdot 1,0375 + 871,50) \cdot q_3 = 21621,50 \cdot q_3$

$$22659,33 = 21621,50 \cdot q_3 \quad | \quad : 21621,50$$

$$q_3 = 1,048$$

$$p_3 \% = (1,048 - 1) \cdot 100 = 4,8 \%$$

*Der Zinssatz im 3. Jahrbetrag 4,8 %.*

$$q_2 = \frac{K_2}{K_1}$$

$$K_1 = 20000 \cdot 1,0375 = 20750,00$$

$$K_2 = K_1 + 871,50 = 20750,00 + 871,50 = 21621,50$$

$$q_2 = \frac{21621,50}{20750} = 1,042$$

$$p_2 \% = (1,042 - 1) \cdot 100 = 4,2 \%$$

*Der Zinssatz im 2. Jahrbetrag 4,2 %.*

b)  $q_{ges} = \frac{K_3}{K_0} = \frac{22659,33}{20000} = 1,133$

$$p_{ges} \% = (1,133 - 1) \cdot 100 = 13,3 \%$$

*Das Kapital hat insgesamt 13,3 % zugenommen.*

c)  $K_3 = K_0 \cdot q^3$

$$22659,33 = 20000 \cdot q^3 \quad | \quad : 20000$$

$$q^3 = 1,1329665 \quad | \quad \sqrt[3]{\quad}$$

$$q = 1,0425$$

$$p \% = (1,0425 - 1) \cdot 100 = 4,25 \%$$

*Der Zinssatz hätte 4,25 % betragen müssen.*

## Lösung A7

$$K_3 = K_0 \cdot q_1^2 \cdot q_3$$

a)  $K_3 = 5000 + 629,64 = 5629,64$

$$5629,64 = 5000 \cdot q_1^2 \cdot 1,045$$

$$5629,64 = 5225 \cdot q_1^2 \quad | \quad : 5225$$

$$q_1^2 = 1,077443062 \quad | \quad \sqrt{\quad}$$

$$q_1 = 1,038$$

$$p_1 \% = (1,038 - 1) \cdot 100 = 3,8 \%$$

*Der Zinssatz im 1. und 2. Jahr betrug 3,8 %.*

b)  $Z_2 = K_2 - K_1$

$$K_1 = 5000 \cdot 1,038 = 5190,00$$

$$K_2 = 5000 \cdot 1,038^2 = 5387,22$$

$$Z_2 = 5387,22 - 5190 = 197,22$$

*Im 2. Jahr wurden 197,22 € gutgeschrieben.*

## Lösung A8

Gutbank:

$$K_3 = K_0 \cdot q^3 = 2400 \cdot 1,04^3 = 2699,67$$

Nordbank:

$$K_3 = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 = 2400 \cdot 1,035 \cdot 1,04 \cdot 1,045 = 2699,61$$

*Das Angebot der Gutbank ist geringfügig besser.*