Lösung A9

a) $K_{18} = 20000;\ n = 18;\ p\,\% = 3{,}5\,\%$
$20000 = K_0 \cdot 1{,}035^{18}$ | $:1{,}035^{18}$
$K_0 = 10767{,}22$
Herr Schmitz muss 10 767,22 € *einzahlen.*

b) $K_0 = 20000 + 20000 = 40000$
$K_1 = 40000 \cdot 1{,}04 = 41600$
$Z_1 = K_1 - K_0 = 41600 - 40000 = 1600$
Michael kann pro Jahr über 1 600 € *Taschengeld verfügen. Das sind monatlich* 133,33 €*.*

c) Da Michael ja die jährlichen Zinsen verbraucht, hat er nach Abhebung der 24 000 € noch ein Anfangskapital von $K_0 = 40000 - 24000 = 16000$, welches nun wieder auf 20 000 € anwachsen soll.
$20000 = 16000 \cdot 1{,}04^n$ | $:16000$
$1{,}25 = 1{,}04^n$ | log
$log(1{,}25) = n \cdot log(1{,}04)$ | $:log(1{,}04)$
$n = 5{,}68$
Im 6. *Jahr ist das Ursprungskapital wieder verfügbar.*

Ohne Logarithmus:
$K_1 = 16000 \cdot 1{,}04 = 16640{,}00$
$K_2 = K_1 \cdot 1{,}04 = 17305{,}60$
$K_3 = K_2 \cdot 1{,}04 = 17997{,}82$
$K_4 = K_3 \cdot 1{,}04 = 18717{,}74$
$K_5 = K_4 \cdot 1{,}04 = 19466{,}45$
$K_6 = K_5 \cdot 1{,}04 = 20245{,}10$

d) $K_0 = 24000;\ K_6 = 11000;\ n = 6$
$11000 = 24000 \cdot q^6$ | $:24000$
$q^6 = 0{,}458333333$ | $\sqrt[6]{\ }$
$q = 0{,}8781$
$p\,\% = (1 - 0{,}8781) \cdot 100 \approx 12{,}2\,\%$
Der jährliche Wertverlust liegt bei 12,2 %*.*

Lösung A10

$K_0 = 5000;\ \ n = 5$; danach Zuzahlung von 5000 und weitere Verzinsung mit $n = 3$ zu $p\,\% = 4{,}3\,\%$ (Bank A).

a) Bank A:
$K_8 = (5000 \cdot 1{,}043^5 + 5000) \cdot 1{,}043^3 = 12675{,}49$
Bank B:
$K_8 = (5000 \cdot 1{,}037^5 + 5000) \cdot 1{,}0475^3 = 12638{,}57$
Melanie wird sich für Bank A entscheiden.

b) $K_8 = 14000;\ K_0 = 7000;\ n = 8$
$14000 = 7000 \cdot q^8$ | $:7000$
$q^8 = 2$ | $\sqrt[8]{\ }$
$q = 1{,}0905$
$p\,\% = (1{,}0905 - 1) \cdot 100 \approx 9{,}1\,\%$
Melanie Vater muss mit einer Verzinsung von 9,1 % *rechnen.*

Prüfungsaufgaben Klasse 10 – Blatt 2

c) $K_n = 12000;\ K_0 = 8000;\ p\,\% = 4{,}3\,\%$
$12000 = 8000 \cdot 1{,}043^n \quad | \quad : 8000$
$1{,}5 = 1{,}043^n \quad | \quad log$
$log(1{,}5) = n \cdot log(1{,}043) \quad | \quad : log(1{,}043)$
$n = 9{,}68$
Im 10. *Jahr ist das* $1\frac{1}{2}$-fache *der ursprünglichen Summe erreicht.*

Ohne Logarithmus:
$K_1 = 8000 \cdot 1{,}043 = 8344{,}00$
$K_2 = K_1 \cdot 1{,}043 = 8702{,}79$
$K_3 = K_2 \cdot 1{,}043 = 9077{,}01$
$K_4 = K_3 \cdot 1{,}043 \ldots$
… usw. bis
$K_9 = K_8 \cdot 1{,}04 = 11685{,}54$
$K_{10} = K_9 \cdot 1{,}04 = 12188{,}02$

Lösung A11

$K_0 = 250000;\ \ n = 10;\ \ p\,\% = 4{,}6\,\%$; Tilgung nach 6 Jahren 200000 und nach weiteren 4 Jahren 120000.
$K_{10} = (250000 \cdot 1{,}046^6 - 200000) \cdot 1{,}046^4 - 120000 = 32555{,}67$
Die Restschuld nach 10 *Jahren beträgt* 32 555,67 €.

Lösung A12

$K_0 = 16500;\ \ n = 8;\ \ p\,\% = 5{,}2\,\%$

a) $K_8 = 16500 \cdot 1{,}052^8 = 24751{,}98$
Klaus kann über 24 751,98 € *verfügen.*

b) $K_6 = 30000;\ K_0 = 24751{,}98;\ n = 6$
$30000 = 24751{,}98 \cdot q^6 \quad | \quad : 24751{,}98$
$q^6 = 1{,}21202425 \quad | \quad \sqrt[6]{\ }$
$q = 1{,}0326$
$p\,\% = (1{,}0326 - 1) \cdot 100 = 3{,}26\,\%$
Die Bank muss einen zins in Höhe von 3,26 % *gewähren.*

c) Aufgabe zur Ratenzahlung
$K_6 = 30000;\ n = 6;\ \ p\,\% = 3{,}26\,\%$
$30000 = R \cdot (1{,}0326^6 + 1{,}0326^5 + 1{,}0326^4 + 1{,}0326^3 + 1{,}0326^2 + 1{,}0326)$
$30000 = R \cdot 6{,}723033187 \quad | \quad : 6{,}723033187$
$R = 4462{,}27$
Klaus' Bruder muss jährliche Raten von 4 462,27 € einzahlen.

d) Verdoppelung des Kapitals von Klaus:
$2 = 1{,}0485^n \quad | \quad log$
$log\,2 = n \cdot log(1{,}0485) \quad | \quad : log(1{,}0485)$
$n = 14{,}63$
Klaus' Kapital wird sich im 15. *Jahr verdoppeln.*

Lösung A13

a) $K_6 = 25000;\quad n = 6\,J;\quad p\,\% = 11{,}5\,\%$ Wertverlust.
Hinweis: Wegen „Wertverlust" ist mit $100\,\% - 11{,}5\,\% = 88{,}5\,\%$ zu rechnen.
$25000 = K_0 \cdot 0{,}885^6 \quad | \quad : 0{,}885^6$
$K_0 = 52033{,}18$
Der Neupreis des Wohnmobils lag bei etwa $52\,033$ *€.*

b) $\frac{1}{8} = q^8 \quad | \quad \sqrt[8]{}$
$q = 0{,}7711$
$p\,\% = (1 - 0{,}7711) \cdot 100 = 22{,}9\,\%$
Der jährliche Wertverlust liegt bei $22{,}9\,\%$*.*

c) $400000 = 35000 \cdot 1{,}15^n \quad | \quad : 35000$
$11{,}42857143 = 1{,}15^n \quad | \quad log$
$log(11{,}42857143) = n \cdot log(1{,}15) \quad | \quad : log(1{,}15)$
$n = 17{,}43$
Im $18.$ *Jahr hat das Kunstwerk einen Wert von* $400\,000$ *€.*

Ohne Logarithmus:
$K_1 = 35000 \cdot 1{,}15 = 40250{,}00$
$K_2 = K_1 \cdot 1{,}15 = 46287{,}50$
$K_3 = K_2 \cdot 1{,}15 = 53230{,}63$
$K_4 = K_3 \cdot 1{,}15 \ldots$
… usw. bis
$K_{17} = K_{16} \cdot 1{,}15 = 376644{,}24$
$K_{18} = K_{17} \cdot 1{,}15 = 433140{,}87$

Lösung A14

a) $K_6 = 91132{,}50;\quad n = 6;\quad p\,\% = 3{,}8\,\%$
$91132{,}50 = K_0 \cdot 1{,}038^6 \quad | \quad : 1{,}038^6$
$K_0 = 72860$
Lottogewinn:
$G = K_0 + 17540 = 72860 + 17540 = 90400$
Svenja hatte vor 6 *Jahren* $90\,400$ *€ gewonnen.*

b) $K_6 = 90400 \cdot 1{,}038^6 = 113071{,}34$
Svenja hätte über $113\,071{,}34$ *€ verfügen können.*

c) $120000 = 91132{,}50 \cdot 1{,}038^n \quad | \quad : 91132{,}50$
$1{,}316764052 = 1{,}038^n \quad | \quad log$
$log(1{,}316764052) = n \cdot log(1{,}038) \quad | \quad : log(1{,}038)$
$n = 7{,}38$
Svenja muss 8 *Jahre warten.*

Ohne Logarithmus:
$K_1 = 91132{,}50 \cdot 1{,}038 = 94595{,}54$
$K_2 = K_1 \cdot 1{,}038 = 98190{,}17$
$K_3 = K_2 \cdot 1{,}038 = 101921{,}39$
$K_4 = K_3 \cdot 1{,}038 \ldots$
… usw. bis
$K_7 = K_6 \cdot 1{,}038 = 118319{,}07$
$K_8 = K_7 \cdot 1{,}038 = 122815{,}20$

d) $2 = q^{10} \quad | \quad \sqrt[10]{}$
$q = 1{,}072$
$p\,\% = (1{,}072 - 1) \cdot 100 = 7{,}2\,\%$
Svenjas Kapital verdoppelt sich in 10 *Jahren bei einem Zins von* $7{,}2\,\%$*.*

Lösung A15

$K_0 = 17200;\ \ n = 3;\ \ p\% = 5{,}5\ \%$ nach 3 Jahren Zuzahlung von $8800;\ \ n = 5;\ \ p\% = 5\%$, am Ende dann Zuzahlung von 1200.

a) $K_8 = (17200 \cdot 1{,}055^3 + 8800) \cdot 1{,}05^5 + 1200$
$K_8 = 38208{,}27$
Nach 8 Jahren liegen 38 208,27 € auf dem Konto.

b) $p_{Anz}\% = \frac{38208{,}27}{300000} \cdot 100 = 12{,}74\ \%$
Das Ehepaar kann 12,74 % der Bausumme anzahlen.

c) Ratensparvertrag:
$K_8 = 4000 \cdot (1{,}053^8 + 1{,}053^7 + 1{,}053^6 + 1{,}053^5 + 1{,}053^4 + 1{,}053^3 + 1{,}053^2 + 1{,}053)$
$K_8 = 35984{,}68$
Das Ehepaar hätte in diesem Falle 35 984,68 € auf dem Konto gehabt.
$p_{Anz}\% = \frac{35984{,}68}{300000} \cdot 100 = 12\ \%$
Das wären 12 % der Bausumme gewesen.

Lösung A16

a) $K_{18} = 30000;\ \ p\% = 5{,}5\ \%;\ \ n = 18$
$30000 = K_0 \cdot 1{,}055^{18} \quad | \quad : 1{,}055^{18}$
$K_0 = 11443{,}98$
Das Vater muss 11 443,98 € zur Bank bringen.

b) $30000 = 10510 \cdot q^{18} \quad | \quad : 10510$
$q^{18} = 2{,}854424358 \quad | \quad \sqrt[18]{\ }$
$q = 1{,}06$
$p\ \% = (1{,}06 - 1) \cdot 100 = 6\ \%$
Das Institut rechnet mit 6 %.

c) $K_{18} = (((3000 \cdot 1{,}052^4 + 3000) \cdot 1{,}052^4 + 3000) \cdot 1{,}052^4 + 3000) \cdot 1{,}052^6$
$K_{18} = 22618{,}63$
Der Tochter würden 22 618,63 € zur Verfügung stehen.