Themenbereich I – Differenzieren und Integrieren

$f(x) = 4x - \frac{1}{x}$

Steigungen eines Graphen bestimmen wir mit der ersten Ableitung.

$f'(x) = 4 + \frac{1}{x^2}$ | Potenzregel erforderlich

$f'(3) = 4 + \frac{1}{9} = \frac{37}{9}$

Schnittpunkte mit der x–Achse heißen Nullstellen. Nullstellen berechnen wir, indem wir $f(x) = 0$ setzen.

$4x - \frac{1}{x} = 0$ | $\cdot x$

$4x^2 - 1 = 0 \Longrightarrow \ x^2 = \frac{1}{4} \Longrightarrow \ x_{1,2} = \pm\frac{1}{2}$

Steigung in den Nullstellen:

$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 4 + 4 = 8; \quad f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 4 + 4 = 8$

Themenbereich II - Gleichungen

$x^4 - 4x^2 + 3 = 0$ Biquadratische Gleichung / Substitution erforderlich

Substitution:

$x^2 = v$

$v^2 - 4v + 3 = 0$

$v_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4-3} = 2 \pm 1$

$v_1 = 3; \quad v_2 = 1$

Resubstitution:

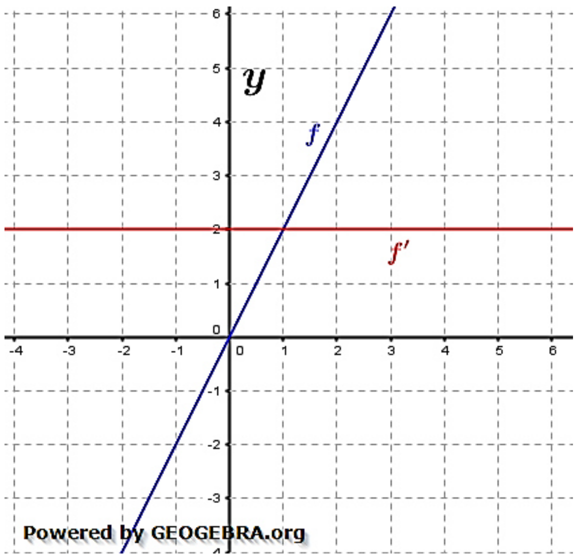
$x^2 = v_1 = 3 \Longrightarrow \ x_1 = \sqrt{3}; \ x_2 = -\sqrt{3}$

$x^2 = v_2 = 1 \Longrightarrow \ x_3 = 1; \ x_4 = -1$

$\mathbb{L} = \{-\sqrt{3}; -1; 1; \sqrt{3}\}$

Themenbereich III - Funktionsverständnis

Der dargestellte Graph von f ist eine Gerade mit konstanter Steigung 2. Der Ableitungsgraph f' ist somit eine Parallele zur x–Achse im Abstand 2.



Themenbereich IV – Geometrie

Vektoren sind voneinander abhängig wenn gilt $\vec{u} = k \cdot \vec{v}$ mit $k \in \mathbb{R}$

a) $\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix} \stackrel{?}{=} k \cdot \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ -1{,}75 \\ 0{,}75 \end{pmatrix}$

$-2 = k_1 \cdot 0{,}5 \Longrightarrow \; k_1 = -4$

$7 = k_2 \cdot (-1{,}75) \Longrightarrow \; k_2 = -4$

$-3 = k_3 \cdot (0{,}75) \Longrightarrow \; k_3 = -4$

Die Vektoren sind voneinander abhängig.

b) $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \stackrel{?}{=} k \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

$3 = k_1 \cdot (-9) \Longrightarrow \; k_1 = -\frac{1}{3}$

$-2 = k_2 \cdot 6 \Longrightarrow \; k_2 = -\frac{1}{3}$

$0 = k_3 \cdot 1 \Longrightarrow \; k_3 = 0$

Die Vektoren sind voneinander unabhängig.

c) $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \stackrel{?}{=} k \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ 12 \end{pmatrix}$

$-1 = k_1 \cdot 4 \Longrightarrow \; k_1 = -\frac{1}{4}$

$-2 = k_2 \cdot -8 \Longrightarrow \; k_2 = \frac{1}{4}$

Die Vektoren sind voneinander unabhängig.

b) $\begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ -\frac{5}{4} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix} \stackrel{?}{=} k \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ 15 \\ -18 \end{pmatrix}$

$\frac{2}{3} = k_1 \cdot (-8) \Longrightarrow \; k_1 = -\frac{1}{12}$

$-\frac{5}{4} = k_2 \cdot 15 \Longrightarrow \; k_2 = -\frac{1}{12}$

$\frac{3}{2} = k_3 \cdot (-18) \Longrightarrow \; k_3 = -\frac{1}{12}$

Die Vektoren sind voneinander abhängig.

Themenbereich V – Stochastik

Ereignisse sind voneinander unabhängig falls gilt: $\mathrm{P}(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = \mathrm{P}(\mathrm{A}) \cdot \mathrm{P}(\mathrm{B})$.

Gegeben: $\mathrm{P}(\mathrm{A}) = 0{,}3 \;\Longrightarrow\; \mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}}) = 0{,}7$,

$\mathrm{P}(\overline{\mathrm{B}}) = 0{,}8 \;\Longrightarrow\; \mathrm{P}(\mathrm{B}) = 0{,}2$

$\mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}} \cap B) = 0{,}15$

Solche Aufgaben löst man am besten mit einer Vierfeldertafel. In der nachfolgenden Tabelle sind gegebene Werte grün, errechnete Werte rot gekennzeichnet.

	A	$\overline{\mathrm{A}}$	$\sum$
B	0,05	0,15	0,2
$\overline{\mathrm{B}}$	0,25	0,55	0,8
$\sum$	0,3	0,7	1

Aus der Tabelle lesen wir ab: $\mathrm{P}(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0{,}05$

$P(A) \cdot P(B) = 0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}06$

Wegen $\mathrm{P}(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$ *sind die Ereignisse* A *und* B *voneinander abhängig.*