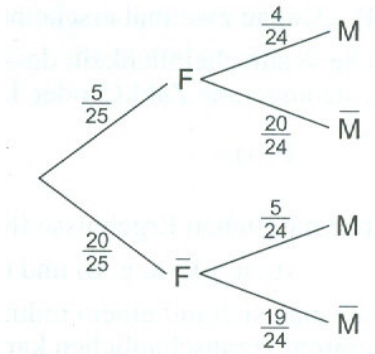
Lösung A1

Lösungslogik

a) Es handelt sich um Ziehen ohne Zurücklegen.
$F/\overline{F}$: Felix zieht ein/kein Gewinnlos.
$M/\overline{M}$: Max zieht ein/kein Gewinnlos.

b) Mindestens einer kommt in die Mannschaft ist das Gegenereignis zu „keiner von beiden kommt in die Mannschaft".



Klausuraufschrieb

a) Felix im ersten Zug Gewinnlos:
$P(F) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$
Max im zweiten Zug:
$P(M) = \frac{5}{25} \cdot \frac{4}{24} + \frac{20}{25} \cdot \frac{5}{24} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$.
Die Chance, in die Mannschaft zu kommen, ist für beide gleich groß.

b) A: „Mindestens einer kommt in die Mannschaft."
$\overline{A}$: „Keiner kommt in die Mannschaft."
$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{20}{25} \cdot \frac{19}{24} = 1 - \frac{19}{30} = \frac{11}{30}$

Lösung A2

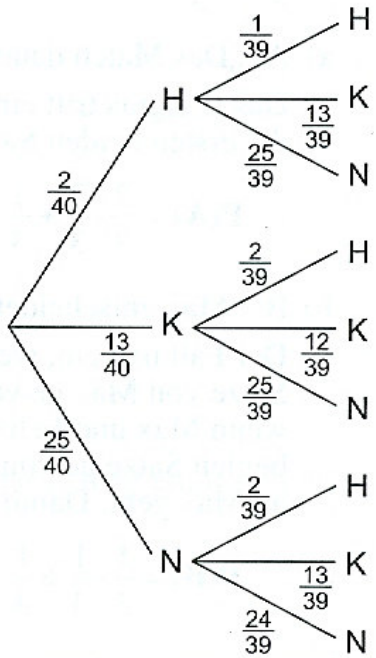
Lösungslogik

Es handelt sich um Ziehen ohne Zurücklegen.
H: Felix zieht einen Hauptgewinn.
K: Felix zieht einen Kleingewinn.
N: Felix zieht eine Niete.

A: „Felix erhält eine Niete und einen Kleingewinn."
Ereignisraum: (p_N, p_K); (p_K, p_N)

B: "Das zweite von Felix gezogene Los ist ein Hauptgewinn."
Ereignisraum: $(p_H, p_H); (p_K, p_H)$; (p_N, p_H)

C: "Felix zieht höchstens einen Kleingewinn."
Ereignisraum: $(p_{\overline{K}}, p_{\overline{K}})$; $(p_K, p_{\overline{K}}); (p_{\overline{K}}, p_K)$
Das Gegenereignis ist $\overline{C}$: „Felix zieht zwei Kleingewinne.



Klausuraufschrieb

$P(A) = \frac{25}{40} \cdot \frac{13}{39} + \frac{13}{40} \cdot \frac{25}{39} = 2 \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$

$P(B) = \frac{2}{40} \cdot \frac{1}{39} + \frac{13}{40} \cdot \frac{2}{39} + \frac{25}{40} \cdot \frac{2}{39} = \frac{78}{1560} = \frac{1}{20}$

$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - \frac{13}{40} \cdot \frac{12}{39} = 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung A3

Lösungslogik

a) Es handelt sich um Ziehen ohne Zurücklegen.
b) Der erste Zug ist Ziehen einer Schachtel mit $p = 0{,}5$.

Klausuraufschrieb

a) $P(A) = \left(\frac{9}{10}\right) \cdot \left(\frac{1}{9}\right) = \frac{1}{10} = 10\,\%$

$P(B) = \left(\frac{9}{10}\right) \cdot \left(\frac{8}{9}\right) = \frac{8}{10} = 80\,\%$

$P(C) = \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10} = 20\,\%$

b) $p = \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{10} = \frac{17}{20} \approx 85\,\%$

Lösung A4

Lösungslogik

a) Es handelt sich um Ziehen mit Zurücklegen. aufstellen des Ereignisraums.
b) Es handelt sich um Ziehen mit Zurücklegen. aufstellen des Ereignisraums.

Klausuraufschrieb

a) Ereignisraum „unterschiedliche Farben“: $(g, w); (w, g)$

$P\{(g, w); (w, g)\} = 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$

b) $P\left(Max_{weiß;1}\right) = \frac{1}{4}$

$P\left(Max_{gelb;1}, Felix_{weiß;2}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$

$P\left(Max_{gelb;1}, Felix_{gelb;2}, Max_{weiß;3}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot = \frac{1}{4}$

$P\left(Max_{gelb;1}, Felix_{gelb;2}, Max_{gelb;3}, Felix_{weiß;4}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{4}$

$P(Max_{weiß}) = P\left(Max_{weiß;1}\right) + P\left(Max_{weiß;3}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$P(Felix_{weiß}) = P\left(Felix_{weiß;2}\right) + P\left(Felix_{weiß;4}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

Es ist unwesentlich, wer das Spiel beginnt, da für beide Spieler die Gewinnwahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ beträgt.

Lösung A5

Lösungslogik

a) Es handelt sich um Ziehen ohne Zurücklegen. Die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Buchstaben sind proportional zum Kreisumfang ($360° \triangleq 100\,\%$).
b) Mindestens einmal der Buchstabe B ist das Gegenereignis zu kein mal der Buchstabe B.
c) Aufstellen des Ereignisraums.

Hinweis zum Ereignis (AB):
Zwar wird dreimal gezogen, sodass das Ereignis (AB) auftritt mit (ABA), (ABB) und (ABI), da hier jedoch im dritten Zug alle überhaupt möglichen Ereignisse vorkommen und $p_A + p_B + p_I = 1$ ist, braucht das Ereignis (AB) nur bis zum zweiten Zug betrachtet zu werden.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Klausuraufschrieb

a) $p_A = \frac{1}{4};\ p_B = \frac{1}{3};\ p_I = \frac{5}{12}$

$P(ABI) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{12} = \frac{5}{144}$

b) E: „mindestens einmal der Buchstabe B.„

$\overline{E}$: „kein mal der Buchstabe B.„

$P(E) = 1 - P(\overline{E}) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}$

c) Ereignisraum: $(AB); (A; AB); (B; AB); (I, AB)$

$p = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12}\right) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

Lösung A6

Lösungslogik

a) und b)

Es handelt sich um Ziehen mit Zurücklegen.

c) Bei Würfelexperimenten lohnt es sich, eine Ereignistabelle aufzustellen. Der Ereignisraum ist nebenstehend in orange markiert.

d) Der Ereignisraum ist in der nebenstehenden zweiten Grafik orange markiert.

Wertigkeit jedes Ereignisses ist $\frac{1}{24}$

W/T	1	2	2	3	4	4
1	11	12	12	13	14	14
2	21	22	22	23	24	24
3	31	32	32	33	34	34
4	41	42	42	43	44	44

Wertigkeit jedes Ereignisses ist $\frac{1}{24}$

W/T	1	2	2	3	4	4
1	11	12	12	13	14	14
2	21	22	22	23	24	24
3	31	32	32	33	34	34
4	41	42	42	43	44	44

Klausuraufschrieb

a) $p_{ungerade_T} = \frac{1}{2};\ p_{ungerade_W} = \frac{1}{3}$

$P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

b) $\overline{B}$: "keine ungerade Zahl"

$P(B) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

c) Ereignisraum: $(2,4);\ (2,4); (3,3);\ (4,2);\ (4,2)$

$P(C) = 5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{24}$

d) Ereignisraum: $(1,2);\ (1,2); (1,3);\ (1,4);\ (1,4)$
$(2,3);\ (2,4); (2,4)$
$(3,4);\ (3,4)$

$P(D) = 10 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$

Lösung A7

Lösungslogik

Es handelt sich um Ziehen mit Zurücklegen.
Gesucht ist ein Zufallsexperiment mit einer Münze, bei dem das Ereignis A und sein Gegenereignis B mit den Wahrscheinlichkeiten $P(A) = \frac{1}{4}$ und $P(B) = \frac{3}{4}$ auftreten.

Klausuraufschrieb

Wertigkeit $P(1) = \frac{1}{4};\ P(2) = \frac{3}{4}$

Ereignisraum: $(1,1);\ (2,2)$

$p = \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{5}{8}$

Bei zweimaligem Wurf einer Münze gilt z.B. für das Ereignis $A = \{WW\}$

$P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Für das Gegenereignis $B = \{WZ; ZW; ZZ\}$ gilt dann

$P(B) = 1 - P(A) = \frac{3}{4}$.

Interpretiert man das Ereignis A als Auftreten der 1 und B als Auftreten der 2 beim Glücksrad, so kann auf diese Weise eine Drehung des Glücksrades durch einen Doppelwurf einer idealen Münze simuliert werden.

Lösung A8

Lösungslogik

Die Wahrscheinlichkeit $P(G) = p$ ist gegeben. Dann ist $P(N) = 1 - p$.

Klausuraufschrieb

a) $P(G) = p;\ \ P(N) = 1 - p$

$P(A) = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{8}$

$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{7}{16}$

b) N: „Mindestens einmal N„

$\overline{N}$: „Kein mal N„

$P(\overline{N}) = P(G)$

$P(N) = 1 - P(G) = 0{,}64$

$0{,}64 = 1 - p^2 \quad \Longrightarrow \quad p = 0{,}6$

Die Wahrscheinlichkeit für den Buchstaben G bei einer Drehung ist $0{,}6$.

Lösung A9

Lösungslogik

a) Ziehen ohne Zurücklegen, damit Veränderung der Einzelwahrscheinlichkeiten. Wir stellen jeweils den Ereignisraum auf.

b) Ziehen mit Zurücklegen, $B_{4;\frac{1}{3}}$-verteiltes Experiment mit $k = 1$.

Klausuraufschrieb

a) A: „Beide Kugeln haben unterschiedliche Farben"

$\overline{A}$: „Beide Kugeln haben gleiche Farben"

Ereignisraum für $\overline{A}$: $(ss);\ (rr)$

$p_{ss} = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{5};\quad p_{rr} = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$

$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{15} = \frac{11}{15}$

B: „Die zweite Kugel ist schwarz oder grün"

$\overline{B}$: „Die zweite Kugel ist rot"

Ereignisraum für $\overline{B}$: $(rr);\ (\overline{r}r)$

$p_{rr} = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$

$p_{\overline{r}r} = \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$

$P(B) = 1 - P(B) = 1 - \frac{5}{15} = \frac{2}{3}$

b) $B_{4;\frac{1}{3}}$-verteilt:

$B_{4;\frac{1}{3}}(X = 1) = \binom{4}{1} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 4 \cdot \frac{8}{81} = \frac{32}{81}$