Lösung A1

Lösungslogik

a) Die Zufallsvariable X_{M1} ist $B_{100;0,01}$ –verteilt.
Die Zufallsvariable X_{M2} ist $B_{200;0,05}$ –verteilt.

b) Die Zufallsvariable X_{M1} ist $B_{50;0,01}$ –verteilt, gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich in einer Stichprobe mehr als eine fehlerhafte Schraube befindet $P(X_{M1} > 1)$.

Klausuraufschrieb

a) X_{M1} ist $B_{100;0,01}$ –verteilt, X_{M2} ist $B_{200;0,05}$ –verteilt.

$P(A) = P(X_{M1} \leq 2) \overset{GTR}{\approx} 0{,}9206 \approx 92{,}1\,\%$

$P(B) = P(10 \leq X_{M2} \leq 20) = P(X_{M2} \leq 20) - P(X_{M2} \leq 9) \overset{GTR}{\approx} 0{,}5441 \approx 54{,}4\,\%$

b) X_{M1} ist $B_{50;0,01}$ –verteilt.

$B_{50;0,01}(X_{M1} > 1) = 1 - B_{50;0,01}(X_{M1} \leq 1) \overset{GTR}{\approx} 0{,}0894 \approx 8{,}9\,\%$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. $8{,}9\,\%$ *wird der Beutel falsch zugeordnet.*

Lösung A2

Lösungslogik

Binomialverteilung mit $p_{Haupt} = 0{,}1$ und $p_{\overline{Haupt}} = 0{,}9$

Klausuraufschrieb GTR

a) A: „Bei 10 Drehungen genau ein Hauptgewinn."
B: „Bei 10 Drehungen mindestens zwei Hauptgewinne."

$P(A) = \binom{10}{1} \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9^9 \overset{GTR}{\approx} 0{,}3874$

$P(B) = P(X \geq 2)01 - P(X \leq 1) \overset{GTR}{\approx} 0{,}2639$

b) Gesucht ist n.

$B_{n;0,1}(X \geq 2) = 1 - B_{n;0,1}(X \leq 1) \geq 0{,}8$

$n \overset{GTR}{=} 29$

Man muss das Glücksrad mindestens 29*–mal drehen.*

Klausuraufschrieb WTR

a) A: „Bei 10 Drehungen genau ein Hauptgewinn."
B: „Bei 10 Drehungen mindestens zwei Hauptgewinne."

$P(A) = \binom{10}{1} \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9^9 \overset{GTR}{\approx} 0{,}3874$

$P(B) = P(X \geq 2)01 - P(X \leq 1) \overset{GTR}{\approx} 0{,}2639$

b) Gesucht ist n.

$B_{n;0,1}(X \geq 2) = 1 - B_{n;0,1}(X \leq 1) \geq 0{,}8$

$-B_{n;0,1}(X \leq 1) \geq -0{,}2 \qquad | \quad \cdot(-1)$

$B_{n;0,1}(X \leq 1) \leq 0{,}2$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Da der WTR keinerlei Möglichkeit bietet, den Stichprobenumfang n variabel anzugeben, ist hier nur noch ausprobieren möglich.
Die folgende Tabelle zeigt für verschiedene „ausprobierte" n die Wahrscheinlichkeiten $B_{n;0,1}(X \leq 1)$.

n	$B_{n;0,1}(X \leq 1)$	Kommentar
10	0,7361	Wert $> 0{,}2$
20	0,3917	Wert $> 0{,}2$
30	0,1837	Wert$< 0{,}2$, der gesuchte Wert liegt zwischen 20 und 30.
29	0,1988	Wert $< 0{,}20$
28	0,2151	Wert $> 0{,}20$, somit ist $n = 29$ der gesuchte Wert.

$n \overset{WTR}{=} 29$, *man muss das Glücksrad mindestens* 29*–mal drehen.*

Lösung A3

Lösungslogik

Teil a) und b): Binomialverteilung mit $p_{gut} = 0{,}9;\ p_{\overline{gut}} = 0{,}1;\ n = 50$

Teil c) und d): Binomialverteilung mit $p_{gut} = 0{,}9;\ p_{\overline{gut}} = 0{,}1;\ n = 3$

Klausuraufschrieb GTR

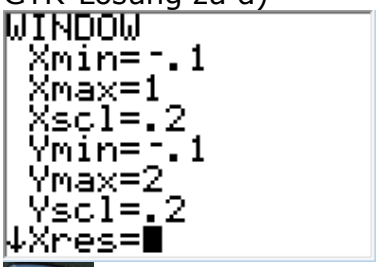
a) $B_{50;0,1}(X \geq 5) = 1 - B_{50;0,1}(X \leq 4) \overset{GTR}{\approx} 0{,}5688$
Der Abnehmer wird mit etwa $57\,\%$ *Wahrscheinlichkeit die Lieferung zurückschicken.*

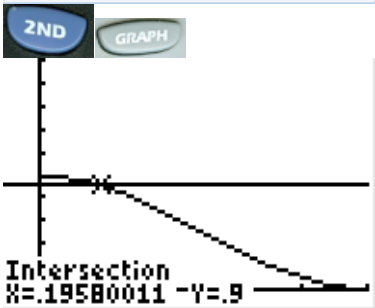
b) $B_{50;0,1}(X \geq k) = 1 - (x \leq k - 1) \leq 0{,}03$
$k \overset{GTR}{=} 10$
Die kleinste Zahl ist $k = 10$.

c) $B_{3;0,9}(X \geq 2) = 1 - B_{3;0,9}(X \leq 1) \overset{GTR}{\approx} 0{,}972$
Ein Bewegungsmelder funktioniert mit etwa $97\,\%$ *Wahrscheinlichkeit.*

d) GTR-Einstellungen:
Y1: $binomcdf(3, X, 1)$
$B_{3;p}(X \geq 2) = 1 - B_{3;p}(X \leq 1) \geq 0{,}9$
$B_{3;p}(X \leq 1) \leq 0{,}1$
$p_{gut} \overset{GTR}{\approx} 0{,}8042 \implies p_{\overline{gut}} = 0{,}1958$
Ein Sensor darf höchstens mit einer Wahrscheinlichkeit von $19{,}6\,\%$ *defekt sein.*

GTR-Lösung zu d)





Klausuraufschrieb WTR

a) $B_{50;0,1}(X \geq 5) = 1 - B_{50;0,1}(X \leq 4) \overset{WTR}{\approx} 0{,}5688$
Der Abnehmer wird mit etwa $57\,\%$ *Wahrscheinlichkeit die Lieferung zurückschicken.*

b) $B_{50;0,1}(X \geq k) = 1 - (x \leq k - 1) \leq 0{,}03$
$k \overset{WTR}{=} 10$
Die kleinste Zahl ist $k = 10$.

c) $B_{3;0,9}(X \geq 2) = 1 - B_{3;0,9}(X \leq 1) \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}972$

Ein Bewegungsmelder funktioniert mit etwa $97\,\%$ *Wahrscheinlichkeit.*

d) $B_{3;p_{gut}}(X \geq 2) = 1 - B_{3;p_{gut}}(X \leq 1) \geq 0{,}9$

$B_{3;p_{gut}}(X \leq 1) \leq 0{,}1$

Da der WTR keinerlei Möglichkeit bietet, den Prozentsatz p variabel anzugeben, ist hier nur noch ausprobieren möglich.
Die folgende Tabelle zeigt für verschiedene „ausprobierte" p die Wahrscheinlichkeiten $B_{3;p_{gut}}(X \leq 1)$.

p_{gut}	$B_{3;p_{gut}}(X \leq 1)$	Kommentar
$0{,}6$	$0{,}352$	Wert $> 0{,}1$
$0{,}8$	$0{,}104$	Wert $> 0{,}1$
$0{,}9$	$0{,}028$	Wert$< 0{,}1$, der gesuchte Wert liegt zwischen $0{,}8$ und $0{,}9$.
$0{,}81$	$0{,}0945$	Wert $< 0{,}1$, der gesuchte Wert liegt zwischen $0{,}8$ und $0{,}81$.
$0{,}805$	$0{,}099$	Wert nahe
$0{,}804$	$0{,}1002$	Wert $\approx 0{,}1$, Wir erklären $p_{gut} = 0{,}804$ als gsuchten Wert.

$p_{gut} \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}804$; $\quad p_{\overline{gut}} = 1 - p_{gut} = 1 - 0{,}804 = 0{,}196$

Ein Sensor darf höchstens mit einer Wahrscheinlichkeit von $19{,}6\,\%$ *defekt sein.*

Lösung A4

Lösungslogik

a) Die Zufallsvariable X bei 70 Plätzen ist $B_{70;0,05}$ –verteilt.
Die Zufallsvariable X bei 72 Buchungen ist $B_{72;0,95}$ –verteilt. Wenn mehr als 70 Passagiere erscheinen, können nicht alle Passagiere mitfliegen.

b) Die Zufallsvariable X ist $B_{n;0,95}$–verteilt. Gesucht ist n für $P(X > 300) \leq 0{,}03$.

Klausuraufschrieb GTR

a) X_{P70} ist $B_{70;0,05}$ –verteilt, X_{P72} ist $B_{72;0,95}$ –verteilt.
Alle Sitzplätze bei 70 Buchungen:

$B_{70;0,05}(X_{P70} = 0) \overset{\text{GTR}}{\approx} 0{,}027589 \approx 2{,}6\%$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. $2{,}6\%$ *sind alle Plätze belegt.*

Überbuchung bei 72 Flugtickets:

$B_{72;0,95}(X)_{P72} > 70) = 1 - B_{72;0,95}(X_{P72} \leq 70) \overset{\text{GTR}}{\approx} 0{,}11923 \approx 11{,}9\%$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. $11{,}9\,\%$ *können nicht alle Passagiere mitfliegen.*

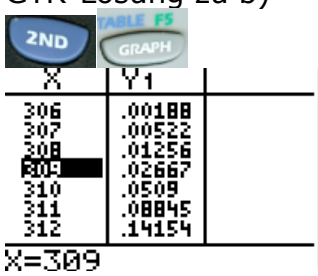
© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

b) X ist $B_{n;0,95}$ –verteilt. Gesucht: $B_{n;0,95}(X > 300) \leq 0{,}03$

$B_{n;0,95}(X > 300) = 1 - B_{n;0,95}(X \leq 300) \leq 0{,}03 \quad \Rightarrow \quad n \overset{\text{GTR}}{=} 309$

Die Fluggesellschaft darf maximal 309 *Tickets verkaufen, wenn die Wahr-scheinlichkeit, dass mehr als* 300 *Personen den Flug antreten wollen, unter* $3\,\%$ *liegen soll.*

GTR-Lösung zu b)



Klausuraufschrieb WTR

a) X_{P70} ist $B_{70;0,05}$ –verteilt, X_{P72} ist $B_{72;0,95}$ –verteilt.
Alle Sitzplätze bei 70 Buchungen:

$B_{70;0,05}(X_{P70} = 0) \overset{\text{GTR}}{\approx} 0{,}027589 \approx 2{,}6\%$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. $2{,}6\%$ *sind alle Plätze belegt.*

Überbuchung bei 72 Flugtickets:

$B_{72;0,95}(X)_{P72} > 70) = 1 - B_{72;0,95}(X_{P72} \leq 70) \overset{\text{GTR}}{\approx} 0{,}11923 \approx 11{,}9\%$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. $11{,}9\,\%$ *können nicht alle Passagiere mitfliegen.*

b) X ist $B_{n;0,95}$ –verteilt. Gesucht: $B_{n;0,95}(X > 300) \leq 0{,}03$

$B_{n;0,95}(X > 300) = 1 - B_{n;0,95}(X \leq 300) \leq 0{,}03$

$-B_{n;0,95}(X \leq 300) \leq -0{,}97 \qquad | \quad \cdot(-1)$

$B_{n;0,95}(X \leq 300) \geq 0{,}97$

Da der WTR keinerlei Möglichkeit bietet, den Stichprobenumfang n variabel anzugeben, ist hier nur noch ausprobieren möglich.
Die folgende Tabelle zeigt für verschiedene „ausprobierte" n die Wahrscheinlichkeiten $B_{n;0,95}(X \leq 300)$.

n	$B_{n;0,95}(X \leq 300)$	Kommentar
290	1	Wert $> 0{,}97$
300	1	Wert $> 0{,}97$
308	0,9994	Wert $> 0{,}97$
309	0,9733	Wert > 097
310	0,9491	Wert $< 0{,}97$, somit ist $n = 309$ der gesuchte Wert.

$n \overset{\text{WTR}}{=} 309$, denn $B_{309;0,95}(X \leq 300) \approx 0{,}9733$

Die Fluggesellschaft darf maximal 309 *Tickets verkaufen, wenn die Wahr-scheinlichkeit, dass mehr als* 300 *Personen den Flug antreten wollen, unter* $3\,\%$ *liegen soll.*

Lösung A5

Lösungslogik

b) Der Erwartungswert X der Binomialverteilung ist $\mu = n \cdot p$.
Gesucht wird weiterhin $B_{260;0,9}(X > \mu)$.

c) Jetzt gilt $B_{290;0,9}$ –verteilt.
Es soll dann gelten:. $B_{290;0,9}(X > 260) < 0{,}005$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Klausuraufschrieb GTR

a) Die Annahme einer Binomialverteilung ist gerechtfertigt, da es nur zwei Elementarereignisse mit immer derselben Wahrscheinlichkeit gibt, nämlich „in Anspruch genommene Buchungen" und „stornierte Buchungen".
Eine reale Situation, die dagegen spricht, wären z. B. plötzlich eintretende Naturereignisse wie etwa Dauerregen, Sturmwarnungen u. ä., die den Anteil der kurzfristigen Stornierungen ansteigen lassen würden.

b) $E(X) = \mu = n \cdot p = 260 \cdot 0{,}9 = 234$
Der Hotelbesitzer kann im Durchschnitt mit 234 belegten Zimmern pro Woche rechnen.

$B_{260;0,9}(X > 234) = 1 - B_{260;0,9}(X \leq 234) \overset{\text{GTR}}{\approx} 0{,}4698$
Die Anzahl von mindestens 234 Zimmern wird mit etwa $47\,\%$ Wahrscheinlichkeit belegt.

c) Es gilt jetzt $B_{290;0,9}$ –Verteilung. Eine Überbuchung pro Woche entsteht dann, wenn mehr als 260 Personen ihre Buchung in Anspruch nehmen.

$B_{290;0,9}(X > 260) = 1 - B_{290;0,9}(X \leq 260) \overset{\text{GTR}}{\approx} 0{,}5492$
Die Wahrscheinlichkeit der Überbuchung zwei Wochen in Folge ist dann
$P(\text{Überbuchung zwei Wochen in Folge}) = 0{,}5492^2 = 0{,}3017$
Die Wahrscheinlichkeit, dass das Hotel zwei Wochen in Folge überbucht ist beträgt etwa $30\,\%$.

Überbuchungswahrscheinlichkeit kleiner als $5\,\%$:
$B_{n;0,9}(X > 260) = 1 - B_{n;0,9}(X \leq 260) \leq 0{,}005$
$n \overset{\text{GTR}}{=} 276$
Der Hotelbesitzer darf höchstens 276 *Buchungen annehmen.*

Klausuraufschrieb WTR

a) Die Annahme einer Binomialverteilung ist gerechtfertigt, da es nur zwei Elementarereignisse mit immer derselben Wahrscheinlichkeit gibt, nämlich „in Anspruch genommene Buchungen" und „stornierte Buchungen".
Eine reale Situation, die dagegen spricht, wären z. B. plötzlich eintretende Naturereignisse wie etwa Dauerregen, Sturmwarnungen u. ä., die den Anteil der kurzfristigen Stornierungen ansteigen lassen würden.

b) $E(X) = \mu = n \cdot p = 260 \cdot 0{,}9 = 234$
Der Hotelbesitzer kann im Durchschnitt mit 234 belegten Zimmern pro Woche rechnen.

$B_{260;0,9}(X > 234) = 1 - B_{260;0,9}(X \leq 234) \overset{\text{GTR}}{\approx} 0{,}4698$
Die Anzahl von mindestens 234 Zimmern wird mit etwa $47\,\%$ Wahrscheinlichkeit belegt.

c) Es gilt jetzt $B_{290;0,9}$ –Verteilung. Eine Überbuchung pro Woche entsteht dann, wenn mehr als 260 Personen ihre Buchung in Anspruch nehmen.

$B_{290;0,9}(X > 260) = 1 - B_{290;0,9}(X \leq 260) \overset{\text{GTR}}{\approx} 0{,}5492$
Die Wahrscheinlichkeit der Überbuchung zwei Wochen in Folge ist dann
$P(\text{Überbuchung zwei Wochen in Folge}) = 0{,}5492^2 = 0{,}3017$
Die Wahrscheinlichkeit, dass das Hotel zwei Wochen in Folge überbucht ist beträgt etwa $30\,\%$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Überbuchungswahrscheinlichkeit kleiner als $5\,\%$:

$B_{n;0,9}(X > 260) = 1 - B_{n;0,9}(X \leq 260) \leq 0{,}005$

$-B_{n;0,9}(X \leq 260) \leq -0{,}995 \qquad | \qquad \cdot(-1)$

$B_{n;0,9}(X \leq 260) \geq 0{,}995$

Da der WTR keinerlei Möglichkeit bietet, den Stichprobenumfang n variabel anzugeben, ist hier nur noch ausprobieren möglich.

Die folgende Tabelle zeigt für verschiedene „ausprobierte" n die Wahrscheinlichkeiten $B_{n;0,9}(X \leq 260)$.

n	$B_{n;0,9}(X \leq 260)$	Kommentar
270	0,99997	Wert $> 0{,}995$
275	0,9976	Wert $> 0{,}995$
276	0,9953	Wert $> 0{,}995$
277	0,9913	Wert $< 0{,}995$, somit ist $n = 276$ der gesuchte Wert.

$n \overset{\text{WTR}}{=} 276$, denn $B_{276;0,9}(X \leq 260) \approx 0{,}9953$

Der Hotelbesitzer darf höchstens 276 *Buchungen annehmen.*

Lösung A6

Lösungslogik

a) Die Zufallsvariable X_B ist $B_{4;0,1}$ –verteilt.

b) Die Zufallsvariable X_B ist $B_{4;p}$–verteilt. Gesucht ist p für $P(X \geq 2)$. Die Ausfallwahrscheinlichkeit von Aggregat A ist gleich p, da nur eine Pumpe verwendet wird.

GTR-Einstellungen:

Y1:$1 - (1 - X)^4 - 4X(1 - X)$^3

Y2:X

WTR-Einstellungen:

$f(x) = 1 - (1 - X)^4 - 4 * X * (1 - X)^3$

$g(x) = X$

Klausuraufschrieb

a) X_B ist $B_{4;0,1}$ –verteilt.

$B_{4;0,1}(X_B \geq 2) = 1 - B_{4;0,1}(X_B \leq 1) \overset{\text{GTR}}{\approx} 0{,}0523 \approx 5{,}2\%$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. $5{,}2\%$ *fällt das Kühlaggregat* B *aus.*

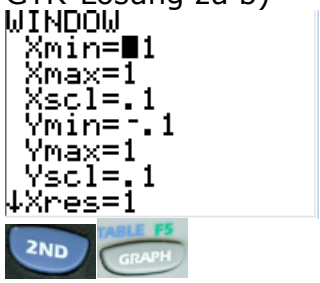
© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

b) X_B ist $B_{4;p}$–verteilt. Gesucht ist
$B_{4;p}(X_B \geq 2) = 1 - B_{4;p}(X_B \leq 1)$ als Funktion von p.

$$1 - B_{4;p}(X_B \leq 1) = 1 - B_{4;p}(X_B = 0) - B_{4;p}(X_B = 1)$$
$$= 1 - \binom{4}{0} \cdot p^0 \cdot (1-p)^4 - \binom{4}{1} \cdot p^1 \cdot (1-p)^3$$
$$= 1 - (1-p)^4 - 4 \cdot p \cdot (1-p)^3$$

Die Funktionsgleichung für die Ausfallwahrscheinlichkeit von B in Abhängigkeit von p ist somit $f_B(p) = 1 - (1-p)^4 - 4 \cdot p \cdot (1-p)^3$.

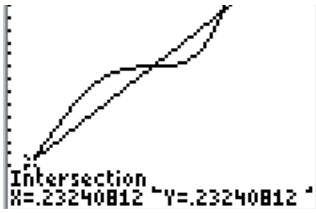
GTR-Lösung zu b)



<u>Hinweis:</u>

Diese Funktion steht beim GTR im **Y1**-Speicher, beim WTR in $f(x)$.

Die Ausfallwahrscheinlichkeit von A ist gleich p, da nur eine Pumpe verwendet wird. Die Funktionsgleichung für die Ausfallwahrscheinlichkeit von A in Abhängigkeit von p ist somit $f_A(p) = p$.



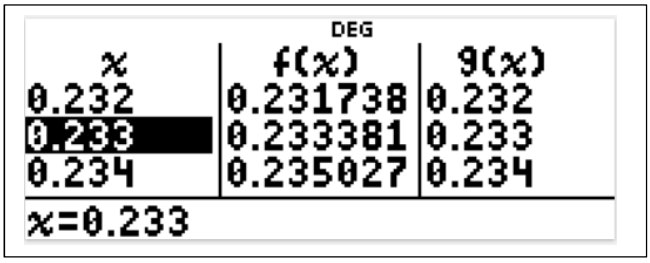
<u>Hinweis:</u>

Diese Funktion steht beim GTR im **Y2**-Speicher, beim WTR in $g(x)$.

$$f_A(p) \cap f_B(p) \quad \Longrightarrow \quad p_0 \overset{\text{GTR}}{\approx} 0{,}2324$$

WTR-Bild:

Der WTR zeigt nach einiger Eingrenzung als p-Wert des Schnittpunktes von $f(p)$ und $g(p)$ den Wert $p = 0{,}233$ an.



$f_B(p) < f_A(p)$ im Intervall $[0; 0{,}2324[$.

Für $p < 0{,}2324$ ist die Ausfallwahrscheinlichkeit von Aggregat B kleiner als die von Aggregat A.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de