Aufgabe 1

In einer Prüfung muss ein Kandidat 60 Fragen beantworten. Zu jeder Frage werden 5 Antworten angeboten, von denen nur eine richtig ist. Es darf jeweils nur eine Antwort angekreuzt werden.

a) Zum Bestehen der Prüfung müssen mehr als 15 Fragen richtig beantwortet werden. Ein ahnungsloser Prüfling kreuzt bei jeder Frage zufällig eine Antwort an. Mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht er die Prüfung?

b) Die zum Bestehen notwendige Anzahl richtiger Antworten soll neu festgelegt werden. Bei zufälligem Ankreuzen der Antworten soll die Wahrscheinlichkeit für ein Bestehen der Prüfung höchstens $3\,\%$ betragen. Wie viele richtige Antworten müssen dazu mindestens verlangt werden?

Aufgabe 2

Ein Hersteller von Fliesen hat erfahrungsgemäß $10\,\%$ Ausschuss. Ein Großabnehmer einigt sich mit dem Hersteller auf folgende Abnahmeregel:
Eine Sendung geht sofort zurück, wenn in einer Stichprobe von 20 Fliesen mehr als 4 Fliesen beschädigt sind. Sind 3 oder 4 Fliesen beschädigt, so wird eine zweite Stichprobe vom Umfang 50 entnommen. Sind in dieser mehr als 5 Fliesen beschädigt, wird die Sendung endgültig zurückgegeben.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit muss der Hersteller mit einer Rücksendung der Fliesen rechnen?

b) Der Hersteller will das Risiko einer Rücknahme senken. Dazu soll die Regel bei der zweiten Stichprobe bezüglich der Anzahl der beschädigten Fliesen abgeändert werden.
Wie muss die Änderung aussehen, damit die Wahrscheinlichkeit für eine Rücksendung unter $6\,\%$ liegt?

Aufgabe 3

a) In der Bundesrepublik Deutschland besitzen $43\,\%$ aller Personen die Blutgruppe A. 50 Personen werden zufällig ausgewählt.
Begründe, dass die Anzahl der Personen mit Blutgruppe A in dieser Gruppe mit einer binomialverteilten Zufallsvariablen beschrieben werden kann.
Bestimme jeweils die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:
E: „In dieser Gruppe haben genau 20 Personen die Blutgruppe A."
F: „In dieser Gruppe haben mehr als 25 Personen die Blutgruppe A."

b) Bei einem Medikament für eine bestimmte Krankheit geht man davon aus, dass es bei Patienten mit Blutgruppe A in $90\,\%$, bei Patienten mit Blutgruppe B in $70\,\%$ aller Fälle zur Heilung führt. Zehn Patienten werden mit diesem Medikament behandelt. Acht von ihnen haben Blutgruppe A, zwei die Blutgruppe B.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden
- alle zehn Patienten
- mindestens neun Patienten

geheilt.

Aufgabe 4

Die Polizei plant für das Spiel der beiden Fußballvereine Rot-Weiß Klein-Krotzenburg (RWK) und TuS Recklinghausen (TuS) einen Einsatz.

Sie geht davon aus, dass $48\,\%$ der Zuschauer Fans vom RWK und $30\,\%$ vom TuS sind. Keiner der Fans ist Fan von beiden Vereinen. Die restlichen Zuschauer werden als neutral eingestuft.

Die Polizei weiß aus Erfahrung, dass $15\,\%$ aller Zuschauer Alkohol bei sich haben, unter den RWK-Fans sind es sogar $20\,\%$ und unter den TuS-Fans nur $10\,\%$.

a) Die Polizei kontrolliert vor dem Stadion vier zufällig ausgewählte Personen aus einer Gruppe von RWK-Fans. Berechne die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
   A: Mindestens eine Person hat Alkohol dabei.
   B: Genau zwei Personen haben Alkohol dabei.
   C: Höchstens eine Person hat keinen Alkohol dabei.

b) Wie viel Prozent der neutralen Zuschauer haben Alkohol bei sich?
   Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von allen Personen, die Alkohol dabei haben, eine zufällig ausgewählte Person ein TuS-Fan ist?

c) Der Einsatzleiter möchte wissen, wie viele Personen mindestens in einer Gruppe von TuS-Fans kontrolliert werden müssen, um mit mehr als $60\,\%$ Wahrscheinlichkeit mindestens zwei Personen mit Alkohol zu erwischen.
   Der Sohn des Einsatzleiters meint, die kleinste natürliche Zahl n, die die Ungleichung

$$0{,}6 < 1 - (0{,}9^n + 0{,}9^{n-1} \cdot 0{,}1)$$

   erfüllt, sei die gesuchte Personenzahl.
   Begründen Sie, warum dieser Ansatz falsch ist.

Aufgabe 5

Auf einem Glücksrad sind 40 gleich große Sektoren vorhanden. Jeder Sektor ist mit einer der Zahlen 0, 1, 2, 3 beschriftet. Die Zahlen sind mit folgenden absoluten Häufigkeiten vertreten:

Zahl	0	1	2	3
Absolute Häufigkeit	20	10	6	4

Das Glücksrad wird gedreht und zufällig gestoppt. Ein fest stehender Pfeil zeigt dann auf einen der Sektoren. Die Zahl im Sektor wird abgelesen und notiert.

a) Dieser Vorgang wird genau viermal durchgeführt.
   Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:
   A: Die Zahlen 0, 1, 2, 3 werden in dieser Reihenfolge abgelesen.
   B: Alle vier Zahlen treten je einmal auf.
   C: Die 3 tritt mindestens zweimal auf.
   D: Die Summe der vier Zahlen ist größer als 10.

Ein Veranstalter bietet folgendes Spiel an: Ein Spieler darf das Glücksrad bis zu viermal drehen. Ziel ist es, eine möglichst hohe Zahl zu erreichen. Sobald der Spieler mit der Zahl zufrieden ist, kann er aufhören. Wenn er aber noch einmal dreht, wird die zuvor erreichte Zahl verworfen.

Der Veranstalter beobachtet, dass viele Spieler folgende Strategie anwenden:

"Spiele nur so lange, bis mindestens der Zahlenwert 2 auftritt und beende dann sofort das Spiel!"

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler mit dieser Strategie seine vier Versuche ausschöpft und nicht vorher aufhört ?

c) Welchen Zahlenwert erreicht ein Spieler mit dieser Strategie im Durchschnitt?

Lösung A1

Lösungslogik

a) Die Zufallsvariable X für die Anzahl richtig beantworteter Fragen ist $B_{60;0,2}$ –verteilt.

b) Die Zufallsvariable X für die Anzahl richtig beantworteter Fragen ist $B_{60;0,2}$ –verteilt, gesucht wird k für $B_{60;0,2}(X \geq k) \leq 0{,}03$.

Klausuraufschrieb GTR

a) X für die Anzahl richtig beantworteter Fragen ist $B_{60;0,2}$ –verteilt.

$B_{60;0,2}(X \geq 16) = 1 - B_{60;0,2}(X \leq 15) \overset{GTR}{\approx} 0{,}1306 \approx 13{,}1\ \%$

Mit ca. $13{,}1\ \%$. Wahrscheinlichkeit besteht der ahnungs-lose Prüfling die Prüfung.

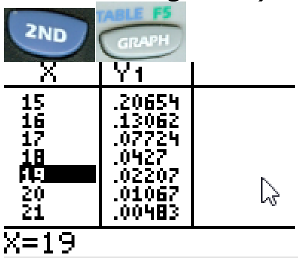
b) X ist nach wie vor $B_{60;0,2}$ –verteilt. Gesucht ist k für $B_{60;0,2}(X \geq k) \leq 0{,}03$.

$B_{60;0,2}(X \geq k) = 1 - B_{60;0,2}(X \leq k-1) \leq 0{,}03$

$k \overset{GTR}{=} 19$

Es müssen mindestens 19 richtige Antworten zum Bestehen der Prüfung verlangt werden.

GTR-Lösung zu b)



Klausuraufschrieb WTR

a) X für die Anzahl richtig beantworteter Fragen ist $B_{60;0,2}$ –verteilt.

$B_{60;0,2}(X \geq 16) = 1 - B_{60;0,2}(X \leq 15) \overset{GTR}{\approx} 0{,}1306 \approx 13{,}1\ \%$

Mit ca. $13{,}1\ \%$. Wahrscheinlichkeit besteht der ahnungs-lose Prüfling die Prüfung.

b) $1 - B_{60;0,2}(X \leq k-1) \leq 0{,}03$

$-B_{60;0,2}(X \leq k-1) \leq -0{,}97 \quad | \quad \cdot(-1)$

$B_{60;0,2}(X \leq k-1) \geq 0{,}97$

Bestimmung des Startwertes von X für den WTR:

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{60 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8} \approx 3$

Der $1{,}6\sigma$-Bereich liegt etwa bei $90\ \%$.

Somit – wegen Prüfung rechter Seite: $X_0 = \mu + 1{,}6\sigma = 16{,}8$

Wir starten mit $X_0 = 17$

$B_{60;0,2}(X \leq 17) \overset{WTR}{\approx} 0{,}9573; \qquad B_{60;0,2}(X \leq 18) \overset{WTR}{\approx} 0{,}9779$

Somit ist $B_{60;0,2}(X \leq 18)$ der gesuchte Wert.

$18 = k - 1 \quad | \quad +1$

$k = 19$

Es müssen mindestens 19 richtige Antworten zum Bestehen der Prüfung verlangt werden.

Lösung A2

Lösungslogik

a) Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der beschädigten Fliesen unter 20 Stück an. Die Zufallsvariable Y gibt die Anzahl der beschädigten Fliesen unter 50 Stück an. X ist $B_{20;0,1}$–verteilt, Y ist $B_{50;0,1}$–verteilt. Die Rücksendung erfolgt, wenn

I.) $B_{20;0,1}(X \geq 5)$ ist und im Falle $B_{20;0,1}(3 \leq X \leq 4)$ dass

II.) $B_{50;0,1}(Y \geq 6) \cdot B_{20;0,1}(3 \leq X \leq 4)$.

b) Gesucht ist k von Y für $B_{20;0,1}(X \geq 5) + B_{50;0,1}(Y \geq k) \cdot B_{20;0,1}(3 \leq X \leq 4) < 0{,}06$.

Klausuraufschrieb GTR

a) X gibt die Anzahl beschädigter Fliesen unter 20 an und ist $B_{20;0,1}$–verteilt.
Y gibt die Anzahl beschädigter Fliesen unter 50 an und ist $B_{50;0,1}$–verteilt.

$$p_R = B_{20;0,1}(X \geq 5) + B_{20;0,1}(3 \leq X \leq 4) \cdot B_{50;0,1}(Y \geq 6)$$
$$= 1 - B_{20;0,1}(X \leq 4) + \left(1 - B_{50;0,1}(Y \leq 5)\right) \cdot \left(B_{20;0,1}(X \leq 4) - B_{20;0,1}(X \leq 2)\right)$$
$$p_R \overset{\text{GTR}}{\approx} 0{,}1506 \approx 15\,\%$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. $15\,\%$ muss der Hersteller mit einer Rücksendung rechnen.

b) $$1 - B_{20;0,1}(X \leq 4) + \left(1 - B_{50;0,1}(Y \leq k-1)\right) \cdot \left(B_{20;0,1}(X \leq 4) - B_{20;0,1}(X \leq 2)\right) < 0{,}06$$

$$k \overset{\text{GTR}}{=} 9$$

In der zweiten Stichprobe müssen jetzt für eine Rücknahme der Sendung mehr als 8 defekte Fliesen gefordert werden.

X	Y1
5	.20238
6	.15062
7	.10749
8	.07736
9	.05937
10	.05004
11	.04579

X=9

Klausuraufschrieb WTR

a) X gibt die Anzahl beschädigter Fliesen unter 20 an und ist $B_{20;0,1}$–verteilt.
Y gibt die Anzahl beschädigter Fliesen unter 50 an und ist $B_{50;0,1}$–verteilt.

$$p_R = B_{20;0,1}(X \geq 5) + B_{20;0,1}(3 \leq X \leq 4) \cdot B_{50;0,1}(Y \geq 6)$$
$$= 1 - B_{20;0,1}(X \leq 4) + \left(1 - B_{50;0,1}(Y \leq 5)\right) \cdot \left(B_{20;0,1}(X \leq 4) - B_{20;0,1}(X \leq 2)\right)$$

$B_{20;0,1}(X \leq 4) \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}9568$ $\quad$ $B_{50;0,1}(Y \leq 5) \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}6161$ $\quad$ $B_{20;0,1}(X \leq 2) \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}6769$

$$p_R = 1 - 0{,}9568 + (1 - 0{,}6161) \cdot (0{,}9568 - 0{,}6769)$$
$$p_R \approx 0{,}1506 \approx 15\,\%$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. $15\,\%$ muss der Hersteller mit einer Rücksendung rechnen.

b) $1 - B_{20;0,1}(X \leq 4) + \left(1 - B_{50;0,1}(Y \leq k-1)\right) \cdot \left(B_{20;0,1}(X \leq 4) - B_{20;0,1}(X \leq 2)\right) < 0{,}06$

$B_{20;0,1}(X \leq 4) \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}9568 \qquad B_{20;0,1}(X \leq 2) \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}6769$

$1 - 0{,}9568 + \left(1 - B_{50;0,1}(Y \leq k-1)\right) \cdot (0{,}9568 - 0{,}6769) < 0{,}06$

$0{,}0432 + \left(1 - B_{50;0,1}(Y \leq k-1)\right) \cdot 0{,}2799 < 0{,}06$

$\left(1 - B_{50;0,1}(Y \leq k-1)\right) \cdot 0{,}2799 < 0{,}06 - 0{,}0432$

$1 - B_{50;0,1}(Y \leq k-1) < 0{,}06$

$-B_{50;0,1}(Y \leq k-1) < -0{,}94 \qquad | \quad \cdot (-1)$

$B_{50;0,1}(Y \leq k-1) > 0{,}94$

Bestimmung des Startwertes von X für den WTR:

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{50 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9} \approx 2$

Der $1{,}5\sigma$-Bereich liegt etwa bei $90\,\%$.

Somit – wegen Prüfung rechter Seite: $X_0 = \mu + 1{,}5\sigma = 7$

Wir starten mit $X_0 = 7$

$B_{50;0,1}(Y \leq 7) \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}8778$

$B_{50;0,1}(Y \leq 8) \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}9421 > 0{,}94$

$k \overset{\text{WTR}}{=} 8$

In der zweiten Stichprobe müssen jetzt für eine Rücknahme der Sendung mehr als 8 *defekte Fliesen gefordert werden.*

Lösung A3

Lösungslogik

a) Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der Personen mit Blutgruppe A an und ist $B_{50;0,43}$–verteilt.

b) Aufstellung der Einzelereignisse und Berechnung der Wahrscheinlichkeiten.

Klausuraufschrieb

a) Die Anzahl der Personen in der Gruppe kann deshalb mit einer binomialverteilten Zufallsvariablen beschrieben werden, weil sich der genannte Prozentsatz von $43\,\%$ auf die gesamte Bevölkerung der BRD bezieht und empirisch erhoben wurde. Damit hat jede Untermenge von der Gesamtmenge dieselbe Wahrscheinlichkeit.

$P(E) = B_{50;0,43}(X = 20) \overset{\text{GTR}}{\approx} 0{,}1044$

$P(F) = B_{50;0,43}(X > 25) = 1 - B_{50;0,43}(X \leq 25) \overset{\text{GTR}}{\approx} 0{,}1269$

In der Gruppe haben etwa $10{,}4\,\%$ *genau die Blutgruppe* A.

Die Wahrscheinlichkeit für mehr als 25 *Personen mit Blutgruppe* A *beträgt etwa* $12{,}7\,\%$.

b) Die Zufallsvariable Y gibt die Anzahl der geheilten Patienten der Blutgruppe A, sie ist $B_{8;0,9}$-vertelt. Die Zufallsvariable Z die Anzahl der geheilten Patienten der Blutgruppe B an, sie ist $B_{2;0,7}$-verteilt.

G: „Alle zehn Patienten werden geheilt.“

$P(G) = B_{8;0,9}(Y = 8) \cdot B_{2;0,7}(X = 2) = 0{,}9^8 \cdot 0{,}7^2 = 0{,}2109 \approx 21{,}1\,\%$

H: „Mindestens neun Patienten werden geheilt."

Der Ereignisraum ist $\Omega = \{(8Y; 2Z); (8Y; 1Z); (7Y; 2Z)\}$

$P(H) = P(G) + B_{8;0,9}(Y = 8) \cdot B_{2;0,7}(X = 1) + B_{8;0,9}(Y = 7) \cdot B_{2;0,7}(X = 2)$

$P(H) = 0{,}2109 + \binom{8}{8} 0{,}9^8 \cdot \binom{2}{1} \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3 + \binom{8}{7} \cdot 0{,}9^7 \cdot 0{,}1 \cdot \binom{2}{2} \cdot 0{,}7^2$

$\quad = 0{,}2109 + 0{,}9^8 \cdot 2 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3 + 8 \cdot 0{,}9^7 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}7^2 = 0{,}5792 \approx 57{,}92\,\%$

Die Wahrscheinlichkeit, dass alle Personen geheilt werden beträgt etwa $21\,\%$*.*

Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 9 *Patienten geheilt werden, beträgt etwa* $58\,\%$*.*

Lösung A4

a) Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl kontrollierter RWK-Fans, die Alkohol dabei haben, an und ist $B_{4;0,20}$–verteilt.

$P(A) = B_{4;0,2}(X \geq 1) = 1 - B_{4;0,2}(X = 0) \overset{\text{GTR}}{\approx} 0{,}5904 \approx 59\,\%$

$P(B) = B_{4;0,2}(X = 2) = \overset{\text{GTR}}{\approx} 0{,}1536 \approx 15{,}4\,\%$

Es ist nach „keinem Alkohol" gefragt, damit ist X $B_{4;0,8}$-verteilt.

$P(C) = B_{4;0,8}(X \leq 1) = \overset{\text{GTR}}{\approx} 0{,}0272 \approx 2{,}7\,\%$

b) Aufstellung einer stochastischen Matrix:

	Mit Alkohol	Ohne Alkohol	Summe
Neutral	$0{,}024$	$0{,}196$	$0{,}22$
TuS-Fan	$0{,}1 \cdot 0{,}3 = 0{,}03$	$0{,}27$	$0{,}30$
RWK-Fan	$0{,}2 \cdot 0{,}48 = 0{,}096$	$0{,}384$	$0{,}48$
Summe	$0{,}15$	$0{,}85$	$1{,}0$

In der Aufgabenstellung verbirgt sich implizit die Berechnung einer bedingten Wahrscheinlichkeit. Exakter formuliert wäre „Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die zufällig ausgewählte Person Alkohol dabei hat unter der Bedingung, dass sie eine neutrale Person ist." Hierfür gilt:

$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ mit A: „Die Person ist eine neutrale Person" und B: „Die Person hat Alkohol dabei". Damit ergibt sich:

$P_A(B) = \frac{0{,}024}{0{,}22} = 0{,}1090 = 10{,}9\,\%$

Ähnliches gilt für die Formulierung „…dass von allen Personen, die Alkohol dabei haben, eine zufällig ausgewählte Person ein TuS-Fan ist". Exakter formuliert wäre „Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die zufällig ausgewählte Person ein TuS-Fan ist unter der Bedingung, dass sie Alkohol dabei hat." Hierfür gilt ebenfalls:

$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ mit A: „Die Person hat Alkohol dabei" und B: „Die Person ist TuS-Fan". Damit ergibt sich:

$P_A(B) = \frac{0{,}03}{0{,}15} = 0{,}2 = 20\,\%$

c) D: „Mindestens zwei Fans der TuS-Gruppe, die Alkohol dabei haben."

$P(D) = B_{n;0,1}(X \geq 2) = 1 - B_{n;0,2}(X \leq 1) > 0{,}6$

$1 - B_{n;0,2}(X \leq 1) = 1 - \left(\binom{n}{0} \cdot 0{,}1^0 \cdot 0{,}9^n + \binom{n}{1} \cdot 0{,}1^1 \cdot 0{,}9^{n-1}\right) > 0{,}6$

$1 - (0{,}9^n + n \cdot 0{,}1^1 \cdot 0{,}9^{n-1}) = 1 - (0{,}9^n - 0{,}1 \cdot n \cdot 0{,}9^{n-1}) > 0{,}6$

$0{,}6 < 1 - (0{,}9^n - 0{,}1 \cdot n \cdot 0{,}9^{n-1}) \neq 1 - (0{,}9^n - 0{,}9^{n-1} \cdot 0{,}1)$

Begründung:
In der gegebenen Ungleichung wurde die Auflösung des Binomial-koeffizienten $\binom{n}{1} = n$ *vergessen.*

Lösung A5

Klausuraufschrieb

a) Aufstellung einer stochastischen Matrix:

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{20}{40} = 0{,}5$	$\frac{10}{40} = 0{,}25$	$\frac{6}{40} = 0{,}15$	$\frac{4}{40} = 0{,}1$

$P(A) = 0{,}5 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}1 = 0{,}001875 \approx 0{,}2\ \%$
$P(B) = 4! \cdot P(A) = 24 \cdot 0{,}001875 = 0{,}045 = 4{,}5\ \%$
Für $P(C)$ formen wir um in ein Bernoulli-Experiment mit $P(X = 3) = \frac{1}{10}$ und $P(X = \overline{3}) = \frac{9}{10}$.

$$P(C) = B_{4,01}(X \geq 2) = 1 - B_{4,01}(X \leq 1) = 1 - \left(\binom{4}{0} \cdot 0{,}1^0 \cdot 0{,}9^4 + \binom{4}{1} \cdot 0{,}1^1 \cdot 0{,}9^3\right)$$
$$= 1 - (0{,}9^4 + 4 \cdot 0{,}1^1 \cdot 0{,}9^3) = 1 - 0{,}9477 = 0{,}0523 = 5{,}23\ \%$$

Ereignisraum von D:
$\Omega = \{(3;3;3;3), (3;3;3;2), (3;3;2;3), (3;2;3;3), (2;3;3;3;)\}$
$P(D) = 0{,}1^4 + 4 \cdot 0{,}1^3 \cdot 0{,}15 = 0{,}0007 = 0{,}07\ \%$

b) Der Spieler, der seine vier Versuche ausschöpft, muss somit in den ersten drei Drehungen entweder die 0 oder die 1 erhalten und in der vierten Drehung die 2 oder die 3.
0 oder die 1 haben die Wahrscheinlichkeit $0{,}75$.
$P(4\,Versuche) = 0{,}75^3 = 0{,}4219 \approx 42{,}2\ \%$
Hinweis: Das Ergebnis der vierten Drehung spielt keine Rolle mehr.

c) Gesucht ist der Erwartungswert aus 4 Drehungen.
<u>1. Möglichkeit:</u>
Das Ergebnis "0" wird notiert, wenn in den ersten drei Drehungen 0 oder 1 gedreht wird und in vierten Drehung 0 ist.
$P(Ergebnis = \text{"0"}) = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{27}{128}$
<u>2. Möglichkeit:</u>
Das Ergebnis "1" wird notiert, wenn in den ersten drei Drehungen 0 oder 1 gedreht wird und in vierten Drehung 1 ist.
$P(Ergebnis = \text{"1"}) = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{27}{256}$
<u>3. Möglichkeit:</u>
Das Ergebnis "2" wird notiert, wenn:
Beim ersten Mal wird 2 gedreht: $\frac{6}{40}$
Zunächst 0 oder 1 dann 2: $\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{40} = \frac{18}{160}$
Zunächst zweimal 0 oder 1 dann 2: $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \frac{6}{40} = \frac{27}{320}$
Zunächst dreimal 0 oder 1 dann 2: $\left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \frac{6}{40} = \frac{81}{1280}$
$P(Ergebnis = \text{"2"}) = \frac{6}{40} + \frac{18}{160} + \frac{27}{320} + \frac{81}{1280} = \frac{105}{256}$

4. Möglichkeit:

Das Ergebnis "3" wird notiert, wenn:

Beim ersten Mal wird 3 gedreht: $\frac{1}{10}$

Zunächst 0 oder 1 dann 3: $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{10} = \frac{3}{40}$

Zunächst zweimal 0 oder 1 dann 3: $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \frac{1}{10} = \frac{9}{160}$

Zunächst dreimal 0 oder 1 dann 3: $\left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \frac{1}{10} = \frac{27}{640}$

$P(Ergebnis = "3") = \frac{1}{10} + \frac{3}{40} + \frac{9}{160} + \frac{27}{640} = \frac{35}{128}$

Erwarteter Zahlenwert $E(X)$:

$0 \cdot \frac{27}{128} + 1 \cdot \frac{27}{256} + 2 \cdot \frac{105}{256} + 3 \cdot \frac{35}{128} = 1{,}746$

Der Spieler erreicht im Durchschnitt mit dieser Strategie den Zahlenwert 1,746.