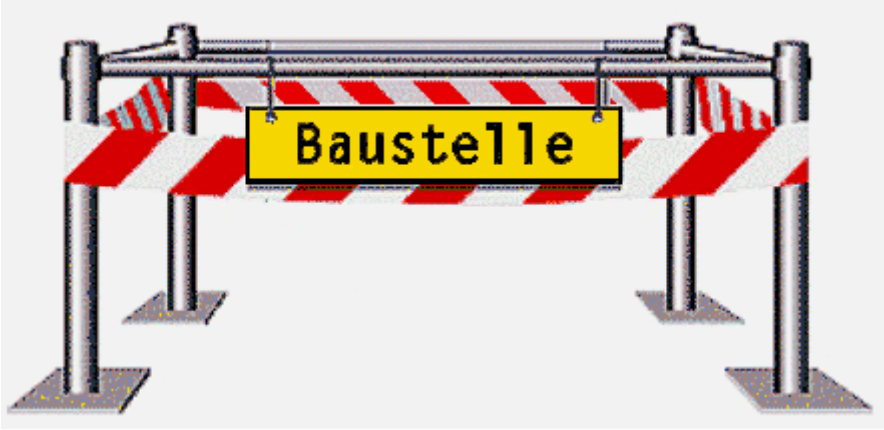
## Einleitung




## Der Erwartungswert bei Glücksspielen

Der **Erwartungswert** bei Glücksspielen dient dazu, festzustellen, bei welchen Gewinnplänen und Einsätzen der Spielbetreiber etwas verdient bzw. ein Spieler nichts verliert sondern Gewinne erzielt. Auch dient der **Erwartungswert** der Feststellung, bei welchem Verhältnis von Gewinn und Einsatz ein Spiel **fair** ist. Das **faire** Spiel ist dadurch definiert, als der Erwartungswert **Null** sein muss.

Im allgemeinen Schulbetrieb wurde teilweise bislang gelehrt, dass zur Ermittlung des Erwartungswertes der Einsatz eines Spielers zunächst vom Gewinn abzuziehen sei und der Einsatz mit negativem Vorzeichen und der Wahrscheinlichkeit für keinen Gewinn in die Erwartungsrechnung einfließt. Hierzu betrachten wir uns zunächst das folgende Beispiel.

Beispiel 1

Die Abschlussklassen des Robert-Mayer-Gymnasiums in Heilbronn organisieren zugunsten eines sozialen Projekts eine Tombola. Die Tabelle zeigt die Losverteilung und die damit jeweils verbundenen Gewinne.

| Anzahl der Lose | Wert des Gewinns |
|---|---|
| 150 Nieten | Kein Gewinn |
| 40 Kleingewinne | Je 4,00 € |
| 10 Hauptgewinne | Je 20,00 € |

Ein Los kostet 2,00 €.
Berechne den Erwartungswert.

Lösung 1 bisher

Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten für Gewinn und Niete

$P(20\,€) = \frac{10}{200} = \frac{1}{20}$ $\quad P(4\,€) = \frac{40}{200} = \frac{1}{5}$ $\quad P(-2\,€) = \frac{150}{200} = \frac{3}{4}$

*Berechnung des Erwartungswertes (mit Abzug des Einsatzes vom Gewinn):*

| $x_i$ | 18 € | 2 € | −2,00 € |
|---|---|---|---|
| $P(X = x_i)$ | $\frac{1}{20}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{3}{4}$ |
| $x_i \cdot P(X = x_i)$ | 0,90 € | 0,40 € | −1,50 € |

$E(X) = 0{,}9 + 0{,}40 - 1{,}50 = -0{,}20\,€$

Lösung 1 vereinfacht

Wir stellen die Tabelle erneut auf, dieses Mal mit detailliertem Gewinn – Auszahlung:

*Berechnung des Erwartungswertes (mit detailliertem Abzug):*

| $x_i$ | $20\,€ - 2\,€$ | $4€ - 2\,€$ | $-2{,}00\,€$ |
|---|---|---|---|
| $P(X = x_i)$ | $\frac{1}{20}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{3}{4}$ |
| $x_i \cdot P(X = x_i)$ | $\frac{1}{20}(20\,€ - 2\,€)$ | $\frac{1}{5}(4\,€ - 2\,€)$ | $\frac{3}{4} \cdot (-2\,€)$ |

$E(X) = \frac{1}{20}(20\,€ - 2\,€) + \frac{1}{5}(4\,€ - 2\,€) + \frac{3}{4} \cdot (-2\,€)$

Im nächsten Schritt multiplizieren wir zunächst die Klammern aus.

$E(X) = \frac{1}{20} \cdot 20\,€ - \frac{1}{20} \cdot 2\,€ + \frac{1}{5} \cdot 4\,€ - \frac{1}{5} \cdot 2\,€ - \frac{3}{4} \cdot 2\,€$

Im nächsten Schritt fassen wir die Minuszahlen zusammen, die ja vom Abzug des Einsatzes vom Gewinn her rühren.

$E(X) = \frac{1}{20} \cdot 20\,€ + \frac{1}{5} \cdot 4\,€ - \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{5} + \frac{3}{4}\right) \cdot 2\,€$

Jetzt addieren wir die einzelnen Brüche in der Klammer vor dem Einsatzwert:

$\frac{1}{20} + \frac{1}{5} + \frac{3}{4} = \frac{1}{20} + \frac{4}{20} + \frac{15}{20} = \frac{20}{20} = 1$

Dann sieht der Erwartungswert wie folgt aus:

$E(X) = \frac{1}{20} \cdot 20\,€ + \frac{1}{5} \cdot 4\,€ - 2\,€ = 1\,€ + 0{,}8\,€ - 2\,€ = -0{,}20\,€$

Wie wir an diesem Beispiel sehen, ist es überhaupt nicht erforderlich, den Einsatz zunächst vom Gewinn abzuziehen. Es reicht vollständig aus, lediglich die nicht reduzierten Gewinne mit ihrer Gewinnwahrscheinlichkeit zu multiplizieren, aufzuaddieren und dann zum Schluss den vollen Einsatz davon abzuziehen. Dies führt zu einer wesentlichen Vereinfachung der Berechnung.


© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de