

Wurzeln

Vermischte Aufgaben



Information für Nutzer dieses Materials

Dieses Dokument ist Teil eines der umfangreichsten, privat betriebenen Online-Portale Deutschlands für Mathematik und wird Ihnen nach dem kostenfreien bzw. kostenpflichtigen Download zur freien Nutzung zur Verfügung gestellt.

Neben den WIKIs zu den einzelnen Themengebieten mit ausführlicher Erläuterung und Beispielen werden umfangreiche Aufgabensammlungen getrennt nach Schwierigkeitsgraden bereitgestellt.

Sollte Ihnen das Material gefallen 🤔 (oder auch 😊 nicht), besuchen Sie uns doch auf unserer Webseite und hinterlassen Sie eine Beurteilung. Oder vielleicht geben Sie uns ja einen Like in einem der sozialen Netzwerke?

gez.: Dr.-Ing. Meinolf Müller
 verantwortlich für den Inhalt gem. § 5 TMG
 von <https://www.fit-in-mathe-online.de>



Vermischte Aufgaben mit Wurzeln

Seite

WIKI Regeln und Formeln

03

Aufgabenblätter

Aufgabenblatt 1 (35 Aufgaben)

07

Lösungen zum Aufgabenblatt 1

09

Aufgabenblatt 2 (43 Aufgaben)

11

Lösungen zum Aufgabenblatt 2

13

Aufgabenblatt 3 (52 Aufgaben)

15

Lösungen zum Aufgabenblatt 3

17

Aufgabenblatt 4 (37 Aufgaben)

18

Lösungen zum Aufgabenblatt 4

21

Aufgabenblatt 5 (38 Aufgaben)

23

Lösungen zum Aufgabenblatt 5

25

Aufgabenblatt 6 (24 Aufgaben)

27

Lösungen zum Aufgabenblatt 6

28

Aufgabenblatt 7 (34 Aufgaben)

29

Lösungen zum Aufgabenblatt 7

31

Aufgabenblatt 8 (21 Aufgaben)

33

Lösungen zum Aufgabenblatt 8

35

Aufgabenblatt 9 (34 Aufgaben)

37

Lösungen zum Aufgabenblatt 9

39



Einleitung

Nachdem wir alle Regeln zur Wurzelrechnung nun kennengelernt haben, dient dieses Kapitel dazu, diesbezgl. Aufgaben zu üben und zu wiederholen. Hierzu stellen wir zunächst nochmals die einzelnen Regeln und Merksätze zusammen.

Teilweises Wurzelziehen

In bestimmten Fällen ist es möglich, nur von einem Teil des Radikanten die Wurzel zu ziehen. Dies ist immer dann möglich, wenn der Radikant in Faktoren zerlegt werden kann und einer dieser Faktoren ein quadratischer Ausdruck, ein Kubikausdruck bzw. eine Potenz des Wurzelexponenten ist.

Faktor unter die Wurzel bringen

In manchen Fällen ist es sinnvoll, zur Vereinfachung eines Wurzelterms eine Zahl, die vor einer Wurzel steht, unter die Wurzel zu schreiben.

Wurzel Nenner rational machen

Im allgemeinen ist es unüblich bei einem Bruch eine Wurzel im Nenner stehen zu lassen. Mathematikern gefällt der Ausdruck $\frac{2}{\sqrt{2}}$ überhaupt nicht. Sie bemühen sich, die Wurzel im Nenner irgendwie zu beseitigen. Das lässt sich einfach bewerkstelligen, indem wir den Bruch genau mit der im Nenner stehenden Wurzel erweitern.

Potenzdarstellung von Wurzeln

In bestimmten Situationen ist es erforderlich, eine Wurzel in die Potenzschreibweise zu überführen. (z. B. innerhalb der Differenzialrechnung in den Ableitungen).

Wurzeln können als Potenz dargestellt werden, indem die Wurzelbasis mit dem Quotienten aus Basisexponent und Wurzelexponent potenziert wird.

Werden Wurzeln mit negativem Wurzelexponent oder Basisexponent als Potenz dargestellt, so entspricht die Darstellung dem Kehrwert der positiven Darstellung.

Addition von Wurzeln

Es können nur Wurzeln mit

- gleichem Radikanten
- gleichem Wurzelexponenten addiert werden.

Merksatz

Allgemein gilt: $\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} \neq \sqrt[n]{a+b}$
 bzw. $\sqrt[n]{a+b} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$

Was bei einem Produkt möglich ist, nämlich die Wurzel gliedweise zu ziehen, ist bei einer Summe **nicht** möglich. Da aber dieser Fehler bis in die höchsten Klassenstufen immer wieder gemacht wird, kann man nicht oft genug darauf hinweisen.

Ziehe niemals die Wurzel gliedweise aus einer Summe!



Für die Addition gilt vielmehr:

Zwei Wurzeln werden addiert, indem man ihre Koeffizienten addiert.

$$a\sqrt[n]{x} + b\sqrt[n]{x} = (a+b)\sqrt[n]{x}$$

Subtraktion von Wurzeln

Es können nur Wurzeln mit

- gleichem Radikanten
- gleichem Wurzelexponenten subtrahiert werden.

Merksatz

Allgemein gilt: $\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b} \neq \sqrt[n]{a-b}$
 bzw. $\sqrt[n]{a-b} \neq \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}$

Was bei einem Produkt möglich ist, nämlich die Wurzel gliedweise zu ziehen, ist bei einer Differenz **nicht** möglich. Da aber dieser Fehler bis in die höchsten Klassenstufen immer wieder gemacht wird, kann man nicht oft genug darauf hinweisen.

Ziehe niemals die Wurzel gliedweise aus einer Differenz!



Für die Subtraktion gilt vielmehr:

Zwei Wurzeln werden subtrahiert, indem man ihre Koeffizienten subtrahiert.

$$a\sqrt[n]{x} - b\sqrt[n]{x} = (a-b)\sqrt[n]{x}$$

Multiplikation von Wurzeln

Gleichnamige Wurzeln multiplizieren

- Es können Wurzeln mit gleichem Wurzelexponenten multipliziert werden.

Merksatz

Allgemein gilt:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{a \cdot b \cdot c}$$

mit $a \cdot b \cdot c \geq 0$ und n gerade.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c} = -\sqrt[n]{a \cdot b \cdot c}$$

mit $a \cdot b \cdot c < 0$ und n ungerade.

Bei einem Produkt ist es möglich, die Wurzel gliedweise zu ziehen.

Bei der Multiplikation von Wurzeln gilt das Kommutativgesetz $a \cdot b = b \cdot a$
sowie das Assoziativgesetz $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

Ungleichnamige Wurzeln multiplizieren

Wurzeln mit ungleichen Wurzelexponenten müssen vor ihrer Multiplikation durch geeignete Umformung auf den gleichen Wurzelexponenten gebracht werden.

Merksatz

Allgemein gilt:

$$\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[m \cdot n]{a^n \cdot b^m} = \sqrt[m \cdot n]{a^n \cdot b^m}$$

mit $a \cdot b \geq 0$ und $m \cdot n$ gerade.

$$\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = -\sqrt[m \cdot n]{a^n \cdot b^m}$$

mit $a \cdot b < 0$ und $m \cdot n$ ungerade.

Bei einem Produkt ist es möglich, die Wurzel gliedweise zu ziehen.

Division von Wurzeln

Gleichnamige Wurzeln dividieren

Es können nur Wurzeln mit gleichem Wurzelexponenten dividiert werden.

Merksatz

Allgemein gilt:

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} : \sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{a : b : c}$$

mit $a \cdot b \cdot c \geq 0 \wedge b, c \neq 0$ und n gerade.

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} : \sqrt[n]{c} = -\sqrt[n]{a : b : c}$$

mit $a \cdot b \cdot c < 0 \wedge b, c \neq 0$ und n ungerade.

Bei einer Division ist es möglich, die Wurzel gliedweise zu ziehen.

Bei der Division von Wurzeln gilt das Kommutativgesetz sowie das Assoziativgesetz nicht.

Ungleichnamige Wurzeln dividieren

Wurzeln mit ungleichen Wurzelexponenten müssen vor ihrer Division durch geeignete Umformung auf den gleichen Wurzelexponenten gebracht werden.

Merksatz

Allgemein gilt:

$$\sqrt[m]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[m \cdot n]{a^n \cdot b^m} = \sqrt[m \cdot n]{\frac{a^n}{b^m}}$$

mit $a : b \geq 0$; $b \neq 0$ und $m \cdot n$ gerade.

$$\sqrt[m]{a} : \sqrt[n]{b} = - \sqrt[m \cdot n]{\frac{a^n}{b^m}}$$

mit $a : b < 0$; $b \neq 0$ und $m \cdot n$ ungerade.

Bei einer Division ist es möglich, die Wurzel gliedweise zu ziehen.

Potenzieren von Wurzeln

Für das Potenzieren von Wurzeln gibt es keine Einschränkung. Jede beliebige Wurzel kann potenziert werden.

Merksatz

Allgemein gilt:

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

Dabei ist es egal, ob man zuerst die Wurzel zieht und dann potenziert $((\sqrt[n]{a})^m)$ oder zuerst den Radikanden potenziert und dann die Wurzel zieht $(\sqrt[n]{a^m})$.
Nach dem Potenzieren des Radikanden ist oft ein (teilweises) Wurzelziehen möglich.

Radizieren von Wurzeln

Für das Radizieren von Wurzeln gibt es keine Einschränkung. Jede beliebige Wurzel kann radiziert werden.

Merksatz

Allgemein gilt:

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

Wurzeln werden radiziert, indem die Wurzelexponenten multipliziert werden.
Nach dem Radizieren von Wurzeln ist oft ein (teilweises) Wurzelziehen möglich.

Aufgabe A1

Vereinfache so weit wie möglich.



a) $(\sqrt{2a})^2$

= _____

b) $\sqrt{(-a)^2}$

= _____

c) $(-\sqrt{b})^2$

= _____

d) $\sqrt{a^4}$

= _____

e) $\left(\sqrt{\frac{1}{a}}\right)^2$

= _____

f) $\sqrt{\left(\frac{1}{a-2}\right)^2}$

= _____

g) $\sqrt{\frac{36}{169}}$

= _____

h) $\sqrt{\frac{45x}{y^2}}$

= _____

Aufgabe A2

Vereinfache so weit wie möglich.

a) $(\sqrt{a+5})^2$

= _____

b) $\sqrt{(a-b)^2}$

= _____

c) $\sqrt{6xy} \cdot \sqrt{24xy}$

= _____

d) $\sqrt{36r^4s^2}$

= _____

e) $\sqrt{75z^3} : \sqrt{3z}$

= _____

f) $\sqrt{108}$

= _____

g) $\sqrt{28x^2y}$

= _____

h) $\sqrt{5x^2 + 10xy + 5y^2}$

= _____

Aufgabe A3

Vereinfache so weit wie möglich.

a) $\frac{\sqrt{75x^3y^5}}{\sqrt{32z}} \cdot \frac{\sqrt{z^7}}{\sqrt{6xy^3}}$

= _____

b) $\frac{\sqrt{x^5}}{\sqrt{6ab^3}} \cdot \frac{\sqrt{75a^3b^5}}{\sqrt{32x}}$

= _____

c) $\sqrt{\frac{a}{b}} : \sqrt{\frac{b}{a}}$

= _____

d) $\sqrt{\frac{x}{y}} : \sqrt{\frac{x}{y}}$

= _____

e) $\sqrt{\frac{108}{a^2}} : \sqrt{\frac{25x^2}{3}}$

= _____

f) $\sqrt{\frac{3}{25x^2}} : \sqrt{\frac{4a^2}{108}}$

= _____

g) $(\sqrt{27} - 2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{12}$

= _____

h) $\sqrt{ab} \cdot (\sqrt{a^3b} + \sqrt{ab^3})$

=

Vermischte Aufgaben – Blatt 1

Aufgabe A4

Vereinfache so weit wie möglich.

a) $(3 - 2\sqrt{11})(3 + 2\sqrt{11})$

=

b) $(\sqrt{2x} - 2y)^2$

=

c) $\sqrt{\frac{3}{25x^2}} : \sqrt{\frac{a^2}{108}}$

=

d) $(8\sqrt{2} - 2\sqrt{8})^2$

=

e) $(3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}) \cdot (3\sqrt{5} - 2\sqrt{7})$

=

f) $3\sqrt{2} \cdot (8\sqrt{2} - 15\sqrt{6} + 4\sqrt{24})$

=

g) $\sqrt{x^3y^3} \cdot (\sqrt{xy} - \sqrt{xy^2})$

=

h) $\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}}$

=

i) $\frac{5}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{2}}$

=

j) $(\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x})(\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x})$

=

k) $(\sqrt{a-x} - \sqrt{a+x})(\sqrt{a-x} + \sqrt{a+x})$

=

Lösung A1

- a) $(\sqrt{2a})^2 = 2a$
- b) $\sqrt{(-a)^2} = a$
- c) $(-\sqrt{b})^2 = b$
- d) $\sqrt{a^4} = a^2$
- e) $\left(\sqrt{\frac{1}{a}}\right)^2 = \frac{1}{a}$
- f) $\sqrt{\left(\frac{1}{a-2}\right)^2} = \frac{1}{a-2}$
- g) $\sqrt{\frac{36}{169}} = \frac{6}{13}$
- h) $\sqrt{\frac{45x}{y^2}} = \frac{1}{y} \cdot \sqrt{9 \cdot 5x} = \frac{3}{y} \cdot \sqrt{5x}$

Lösung A2

- a) $(\sqrt{a+5})^2 = a+5$
- b) $\sqrt{(a-b)^2} = a-b$
- c) $\sqrt{6xy} \cdot \sqrt{24xy} = \sqrt{144x^2y^2} = 12xy$
- d) $\sqrt{36r^4s^2} = 6r^2s$
- e) $\sqrt{75z^3} : \sqrt{3z} = \sqrt{25z^2} = 5z$
- f) $\sqrt{108} = \sqrt{36 \cdot 3} = 6\sqrt{3}$
- g) $\sqrt{28x^2y} = x \cdot \sqrt{4 \cdot 7y} = 2x \cdot \sqrt{7y}$
- h) $\sqrt{5x^2 + 10xy + 5y^2} = \sqrt{5(x^2 + 2x + y^2)} = \sqrt{5(x+y)^2} = (x+y) \cdot \sqrt{5}$

Lösung A3

- a) $\frac{\sqrt{75x^3y^5}}{\sqrt{32z}} \cdot \frac{\sqrt{z^7}}{\sqrt{6xy^3}} = \sqrt{\frac{25 \cdot 3x^3y^5z^7}{64 \cdot 3xy^3z}} = \frac{5}{8} \cdot \sqrt{x^2y^2z^6} = \frac{5}{8}xyz^3$
- b) $\frac{\sqrt{x^5}}{\sqrt{6ab^3}} \cdot \frac{\sqrt{75a^3b^5}}{\sqrt{32x}} = \sqrt{\frac{25 \cdot 3 \cdot a^3b^5x^5}{64 \cdot 3 \cdot ab^3x}} = \frac{5}{8} \cdot \sqrt{a^2b^2x^4} = \frac{5}{8}abx^2$
- c) $\sqrt{\frac{a}{b}} : \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{a}{b}$
- d) $\sqrt{\frac{x}{y}} : \sqrt{\frac{x}{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}} \cdot \sqrt{\frac{y}{x}} = 1$
- e) $\sqrt{\frac{108}{a^2}} : \sqrt{\frac{25x^2}{3}} = \sqrt{\frac{108 \cdot 3}{25a^2x^2}} = \sqrt{\frac{324}{25a^2x^2}} = \frac{18}{5ax}$
- f) $\sqrt{\frac{3}{25x^2}} : \sqrt{\frac{4a^2}{108}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 108}{25x^2 \cdot 4a^2}} = \sqrt{\frac{324}{100a^2x^2}} = \frac{18}{10ax}$
- g) $(\sqrt{27} - 2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{12} = \sqrt{324} - 2\sqrt{36} = 18 - 12 = 6$
- h) $\sqrt{ab} \cdot (\sqrt{a^3b} + \sqrt{ab^3}) = a^2b + ab^2$

Lösung A4

- a) $(3 - 2\sqrt{11})(3 + 2\sqrt{11}) = 9 - 44 = -35$
- b) $(\sqrt{2x} - 2y)^2 = 2x - 4y\sqrt{2x} + 4y^2$
- c) $\sqrt{\frac{3}{25x^2}} : \sqrt{\frac{a^2}{108}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 108}{25a^2x^2}} = \frac{18}{5ax}$
- d) $(8\sqrt{2} - 2\sqrt{8})^2 = 128 - 96 + 24 = 36$
- e) $(3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}) \cdot (3\sqrt{5} - 2\sqrt{7}) = 9 \cdot 5 - 4 \cdot 7 = 17$
- f) $3\sqrt{2} \cdot (8\sqrt{2} - 15\sqrt{6} + 4\sqrt{24}) = 48 - 45\sqrt{12} + 12\sqrt{48} = 48 - 90\sqrt{3} + 24\sqrt{3} = 48 - 66\sqrt{3}$
- g) $\sqrt{x^3y^3} \cdot (\sqrt{xy} - \sqrt{xy^2}) = x^2y^2 - x^2y^2\sqrt{y}$
- h) $\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{ab}} = \frac{(a\sqrt{a} + b\sqrt{b}) \cdot \sqrt{ab}}{\sqrt{ab} \cdot \sqrt{ab}} = \frac{a^2\sqrt{b} + b^2\sqrt{a}}{ab}$
- i) $\frac{5}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{(5\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{5 \cdot \sqrt{4 \cdot 3} - 2 \cdot \sqrt{9 \cdot 2}}{6} = \frac{10\sqrt{3} - 6\sqrt{2}}{6} = \frac{5\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{3}$
- j) $(\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x})(\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}) = (a+x) - (a-x) = 2x$
- k) $(\sqrt{a-x} - \sqrt{a+x})(\sqrt{a-x} + \sqrt{a+x}) = (a-x) - (a+x) = -2x$

Aufgabe A1

Mache den Nenner rational.



a)	$\frac{4}{3\sqrt{8}}$	=	_____
b)	$\frac{3}{4\sqrt{8}}$	=	_____
c)	$\frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$	=	_____
d)	$\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}}$	=	_____
e)	$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$	=	_____
f)	$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}-\sqrt{2}}$	=	_____
g)	$\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{\sqrt{y}-\sqrt{x}}$	=	_____
h)	$\frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}$	=	_____
i)	$\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$	=	_____
j)	$\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$	=	_____
k)	$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{12}}{\sqrt{3}+\sqrt{12}}$	=	_____
l)	$\frac{x^2}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$	=	_____

Aufgabe A2

Berechne ohne gerundete Werte.

a)	$\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{8}$	=	_____
b)	$\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27}$	=	_____
c)	$\sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[5]{8}$	=	_____
d)	$\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{1} \cdot \sqrt[3]{25}$	=	_____
e)	$\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{2}$	=	_____
f)	$\sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[6]{4} \cdot \sqrt[6]{8}$	=	_____
g)	$\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^3}$	=	_____
h)	$\sqrt[4]{b} \cdot \sqrt[4]{b^2} \cdot \sqrt[4]{b}$	=	_____
i)	$\sqrt[5]{x} \cdot \sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[5]{x^6}$	=	_____
j)	$\sqrt[3]{3a} \cdot \sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[3]{9a}$	=	_____
k)	$\sqrt[4]{10x} \cdot \sqrt[4]{20x^2} \cdot \sqrt[4]{50x}$	=	_____
l)	$\sqrt[5]{2y} \cdot \sqrt[5]{y^3} \cdot \sqrt[5]{16y}$	=	_____

Aufgabe A3

Berechne ohne gerundete Werte.

a)	$\sqrt[3]{54} : \sqrt[3]{2}$	=	
b)	$\sqrt[4]{30000} : \sqrt[4]{3}$	=	
c)	$\sqrt[5]{64} : \sqrt[5]{2}$	=	
d)	$\sqrt[5]{a^7} : \sqrt[5]{a^2}$	=	
e)	$\sqrt[6]{9b^9} : \sqrt[6]{9b^3}$	=	
f)	$\sqrt[3]{81x^8} : \sqrt[3]{3x^2}$	=	
g)	$\sqrt[4]{64y^7} : \sqrt[4]{4y^3}$	=	
h)	$\sqrt[4]{\frac{1}{2}a} : \sqrt[4]{8a}$	=	
i)	$\sqrt[5]{\frac{5}{3}b^7} : \sqrt[5]{\frac{5}{3}b^2}$	=	
j)	$\sqrt[6]{\frac{2}{x}} : \sqrt[6]{\frac{x^5}{32}}$	=	
k)	$\sqrt[3]{\frac{4y^2}{9}} : \sqrt[3]{\frac{3}{2y}}$	=	

Aufgabe A4

Vereinfache so weit wie möglich.

a)	$\sqrt{3} \cdot \sqrt{27x}$	=	
b)	$(3\sqrt{x} + a\sqrt{x}) \cdot \sqrt{x}$	=	
c)	$(\sqrt{5} - \sqrt{6})^2$	=	
d)	$(\sqrt{32} + \sqrt{18}) : \sqrt{2}$	=	
e)	$(\sqrt{5x} - \sqrt{20x}) : \sqrt{x}$	=	
f)	$(x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}) \cdot \sqrt{x}$	=	
g)	$\sqrt{8x^2 - 16x + 8}$	=	
h)	$(\sqrt{3} + \sqrt{m})^2$	=	

Lösung A1

a) $\frac{4}{3\sqrt{8}} = \frac{4\sqrt{8}}{3\sqrt{8}\cdot\sqrt{8}} = \frac{1}{6}\sqrt{8}$
 b) $\frac{3}{4\sqrt{8}} = \frac{3\sqrt{8}}{4\sqrt{8}\cdot\sqrt{8}} = \frac{3}{16}\sqrt{8}$
 c) $\frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} = \frac{(a\sqrt{b}-b\sqrt{a})\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}\cdot\sqrt{ab}} = \frac{ab\sqrt{a}-ab\sqrt{b}}{ab} = \sqrt{a}-\sqrt{b}$
 d) $\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}} = \frac{(x\sqrt{y}-y\sqrt{x})\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}\cdot\sqrt{xy}} = \frac{xy\sqrt{x}-xy\sqrt{y}}{xy} = \sqrt{x}-\sqrt{y}$
 e) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}\cdot(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{(\sqrt{7}-\sqrt{2})\cdot(\sqrt{7}+\sqrt{2})} = \frac{7+\sqrt{14}}{5}$
 f) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8}\cdot(\sqrt{8}+\sqrt{2})}{(\sqrt{8}-\sqrt{2})\cdot(\sqrt{8}+\sqrt{2})} = \frac{8+4}{6} = 2$
 g) $\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{\sqrt{y}-\sqrt{x}} = \frac{(x\sqrt{y}-y\sqrt{x})\cdot(\sqrt{y}+\sqrt{x})}{(\sqrt{y}-\sqrt{x})\cdot(\sqrt{y}+\sqrt{x})} = \frac{xy+x\sqrt{xy}-y\sqrt{xy}-xy}{y-x} = \frac{\sqrt{xy}\cdot(x-y)}{y-x} = -\sqrt{xy}$
 h) $\frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}} = \frac{(a\sqrt{b}-b\sqrt{a})\cdot(\sqrt{b}+\sqrt{a})}{(\sqrt{b}-\sqrt{a})\cdot(\sqrt{b}+\sqrt{a})} = \frac{ab+a\sqrt{ab}-b\sqrt{ab}-ab}{b-a} = \frac{\sqrt{ab}\cdot(a-b)}{b-a} = -\sqrt{ab}$
 i) $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})\cdot(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})\cdot(\sqrt{x}-\sqrt{y})} = \frac{x-\sqrt{xy}-\sqrt{xy}+y}{x-y} = \frac{(x-y)^2}{x-y} = x-y$
 j) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})\cdot(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})\cdot(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{a+2\sqrt{ab}+b}{a-b} = \frac{(a+b)^2}{a-b}$
 k) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{12}}{\sqrt{3}+\sqrt{12}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{12})\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{12})}{(\sqrt{3}+\sqrt{12})\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{12})} = \frac{9-2\sqrt{12}+12}{-9} = \frac{21-4\sqrt{3}}{-9} = -\frac{4\sqrt{3}-21}{9}$
 l) $\frac{x^2}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{x^2\cdot(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})\cdot(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{x^2\cdot(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{x-y}$

Lösung A2

a) $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{64} = 4$
 b) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{81} = 3$
 c) $\sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[5]{8} = \sqrt[5]{32} = 2$
 d) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{1} \cdot \sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{125} = 5$
 e) $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{16} = 2$
 f) $\sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[6]{4} \cdot \sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{64} = 2$
 g) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^3} = \sqrt[3]{a^6} = a^2$
 h) $\sqrt[4]{b} \cdot \sqrt[4]{b^2} \cdot \sqrt[4]{b} = \sqrt[4]{b^4} = b$
 i) $\sqrt[5]{x} \cdot \sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[5]{x^6} = \sqrt[5]{x^{10}} = x^2$
 j) $\sqrt[3]{3a} \cdot \sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[3]{9a} = \sqrt[3]{27a^6} = 3a^2$
 k) $\sqrt[4]{10x} \cdot \sqrt[4]{20x^2} \cdot \sqrt[4]{50x} = \sqrt[4]{10000x^4} = 10x$
 l) $\sqrt[5]{2y} \cdot \sqrt[5]{y^3} \cdot \sqrt[5]{16y} = \sqrt[5]{32y^5} = 2y$

Lösung A3

- a) $\sqrt[3]{54} : \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\frac{54}{2}} = \sqrt[3]{27} = 3$
- b) $\sqrt[4]{30000} : \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{10000} = 10$
- c) $\sqrt[5]{64} : \sqrt[5]{2} = \sqrt[5]{32} = 2$
- d) $\sqrt[5]{a^7} : \sqrt[5]{a^2} = \sqrt[5]{\frac{a^7}{a^2}} = \sqrt[5]{a^5} = a$
- e) $\sqrt[6]{9b^9} : \sqrt[6]{9b^3} = \sqrt[6]{b^6} = b$
- f) $\sqrt[3]{81x^8} : \sqrt[3]{3x^2} = \sqrt[3]{27x^6} = 3x^2$
- g) $\sqrt[4]{64y^7} : \sqrt[4]{4y^3} = \sqrt[4]{16y^4} = 2y$
- h) $\sqrt[4]{\frac{1}{2}a} : \sqrt[4]{8a} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$
- i) $\sqrt[5]{\frac{5}{3}b^7} : \sqrt[5]{\frac{5}{3}b^2} = \sqrt[5]{b^5} = b$
- j) $\sqrt[6]{\frac{2}{x}} : \sqrt[6]{\frac{x^5}{32}} = \sqrt[6]{\frac{64}{x^6}} = \frac{2}{x}$
- k) $\sqrt[3]{\frac{4y^2}{9}} : \sqrt[3]{\frac{3}{2y}} = \sqrt[3]{\frac{4y^2 \cdot 2y}{9 \cdot 3}} = \frac{2}{3}y$

Lösung A4

- a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27x} = \sqrt{81x} = 9\sqrt{x}$
- b) $(3\sqrt{x} + a\sqrt{x}) \cdot \sqrt{x} = x(3 + a)$
- d) $(\sqrt{32} + \sqrt{18}) : \sqrt{2} = \sqrt{16} + \sqrt{9} = 7$
- e) $(\sqrt{5x} - \sqrt{20x}) : \sqrt{x} = \sqrt{5} - \sqrt{20} = \sqrt{5} - 2\sqrt{5} = -\sqrt{5}$
- f) $(x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}) \cdot \sqrt{x} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} - 1$
- g) $(\sqrt{8x^2 - 16x + 8}) = \sqrt{8(x^2 - 2x + 1)} = \sqrt{8(x-1)^2} = 2(x-1) \cdot \sqrt{2}$
- h) $(\sqrt{3} + \sqrt{m})^2 = 3 + 2\sqrt{3m} + m$

Aufgabe A1

Vereinfache die nachfolgenden Terme ohne gerundete Werte.



- | | | | |
|----|---------------------|---|--|
| a) | $(\sqrt{15x})^2$ | = | |
| b) | $\sqrt{(7a)^2}$ | = | |
| c) | $(\sqrt{24a^3})^2$ | = | |
| d) | $(\sqrt{a^2y^3})^2$ | = | |
| e) | $\sqrt{x^2}$ | = | |
| f) | $\sqrt{3m^2}$ | = | |
| g) | $\sqrt{(x-2y)^2}$ | = | |
| h) | $\sqrt{(2m+3n)^2}$ | = | |

Aufgabe A2

Berechne ohne gerundete Werte.

- | | | | |
|----|--|---|--|
| a) | $(\sqrt{12} + \sqrt{3})\sqrt{3}$ | = | |
| b) | $\sqrt{2}(\sqrt{18} + \sqrt{32})$ | = | |
| c) | $\sqrt{5}(\sqrt{5} + \sqrt{125})$ | = | |
| d) | $\sqrt{6}(\sqrt{54} + \sqrt{6})$ | = | |
| e) | $(\sqrt{32x} + \sqrt{6x})\sqrt{0,5x}$ | = | |
| f) | $\sqrt{0,2a}(\sqrt{5a} - \sqrt{80a})$ | = | |
| g) | $(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})$ | = | |
| h) | $(\sqrt{8} - \sqrt{3})(\sqrt{8} + \sqrt{3})$ | = | |
| i) | $(\sqrt{2} + \sqrt{7})(\sqrt{2} - \sqrt{7})$ | = | |
| j) | $(12 + \sqrt{3})(12 - \sqrt{3})$ | = | |
| k) | $(\sqrt{x^3} - \sqrt{2y})(\sqrt{x^3} + \sqrt{2y})$ | = | |
| l) | $(\sqrt{5x^5} + \sqrt{2})(\sqrt{5x^5} - \sqrt{2})$ | = | |
| m) | $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ | = | |
| n) | $(3 - \sqrt{2})^2$ | = | |
| o) | $(\sqrt{8} + \sqrt{3})^2$ | = | |
| p) | $(\sqrt{5} - \sqrt{b})^2$ | = | |
| q) | $(2\sqrt{a} - 3\sqrt{b})^2$ | = | |
| r) | $(3\sqrt{x} + 2\sqrt{y})^2$ | = | |

Aufgabe A3

Vereinfache.

a)	$\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5}$	=	
b)	$\sqrt[8]{2} \cdot \sqrt[8]{128}$	=	
c)	$\sqrt[4]{4a^3} \cdot \sqrt[4]{4a}$	=	
d)	$\sqrt[3]{5x^2y} \cdot \sqrt[3]{25xy^2}$	=	
e)	$\sqrt[6]{6^2x^2y^3z} \cdot \sqrt[6]{6^4x^4y^3z^5}$	=	
f)	$\sqrt[3]{x+y} \cdot \sqrt[3]{(x+y)^2}$	=	
g)	$\sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[5]{x^2}$	=	
h)	$\sqrt[8]{a^5} \cdot \sqrt[8]{a^3}$	=	
i)	$\sqrt[5]{4a^3} \cdot \sqrt[5]{8a^2}$	=	
j)	$\sqrt[3]{3a} \cdot \sqrt[3]{9a^2}$	=	
k)	$\sqrt[6]{x^2y^3z^5} \cdot \sqrt[6]{x^4y^3z}$	=	
l)	$\sqrt[4]{27a^3b} \cdot \sqrt[4]{3ab^3}$	=	

Aufgabe A4

Vereinfache so weit wie möglich.

a)	$\sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[5]{x^2}$	=	
b)	$\sqrt[4]{25b} \cdot \sqrt[4]{25b}$	=	
c)	$\sqrt[4]{d^3} \cdot \sqrt[4]{d}$	=	
d)	$\sqrt[7]{x^4y^3z^5} \cdot \sqrt[7]{x^3y^4z^2}$	=	
e)	$\sqrt[6]{xy^2z^2} \cdot \sqrt[6]{x^2yz}$	=	
f)	$\sqrt[10]{p^2q^3r^2} \cdot \sqrt[10]{p^3q^2r^3}$	=	
g)	$\frac{\sqrt[3]{112}}{\sqrt[3]{14}}$	=	
h)	$\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$	=	
i)	$\frac{\sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{4}}$	=	
j)	$\frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2}}$	=	
k)	$\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}}$	=	
l)	$\frac{\sqrt[4]{729}}{\sqrt[4]{9}}$	=	
m)	$\frac{\sqrt[3]{9,6}}{\sqrt[3]{1,2}}$	=	
n)	$\frac{\sqrt[6]{2}}{\sqrt[6]{128}}$	=	

Lösung A1

- a) $(\sqrt{15x})^2 = 15x$
- b) $(\sqrt{7a^2}) = 7a$
- c) $(\sqrt{24a^3})^2 = 24a^3$
- d) $(\sqrt{a^2y^3})^2 = a^2y^3$
- e) $\sqrt{x^2} = x$
- f) $\sqrt{3m^2} = m\sqrt{3}$
- g) $\sqrt{(x-2y)^2} = xx - 2y$
- h) $\sqrt{(2m+3n)^2} = 2m + 3n$

Lösung A2

- a) $(\sqrt{12} + \sqrt{3})\sqrt{3} = \sqrt{36} + \sqrt{9} = 6 + 3 = 9$
- b) $\sqrt{2}(\sqrt{18} + \sqrt{32}) = \sqrt{36} + \sqrt{64} = 6 + 8 = 14$
- c) $\sqrt{5}(\sqrt{5} + \sqrt{125}) = 5 + 25 = 30$
- d) $\sqrt{6}(\sqrt{54} + \sqrt{6}) = 18 + 6 = 24$
- e) $(\sqrt{32x} + \sqrt{6x})\sqrt{0,5x} = \sqrt{16x^2} + \sqrt{3x^2} = 4x + x\sqrt{3}$
- f) $\sqrt{0,2a}(\sqrt{5a} - \sqrt{80a}) = a - 4a = -3a$
- g) $(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) = 9 - 5 = 4$
- h) $(\sqrt{8} - \sqrt{3})(\sqrt{8} + \sqrt{3}) = 8 - 3 = 5$
- i) $(\sqrt{2} + \sqrt{7})(\sqrt{2} - \sqrt{7}) = 2 - 7 = -5$
- j) $(12 + \sqrt{3})(12 - \sqrt{3}) = 144 - 3 = 141$
- k) $(\sqrt{x^3} - \sqrt{2y})(\sqrt{x^3} + \sqrt{2y}) = x^3 - 2y$
- l) $(\sqrt{5x^5} + \sqrt{2})(\sqrt{5x^5} - \sqrt{2}) = 5x^5 - 2$
- m) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$
- n) $(3 - \sqrt{2})^2 = 9 - 6\sqrt{2} + 2 = 11 - 6\sqrt{2}$
- o) $(\sqrt{8} + \sqrt{3})^2 = 8 + 2\sqrt{24} + 3 = 11 + 2\sqrt{4 \cdot 6} = 11 + 4\sqrt{6}$
- p) $(\sqrt{5} - \sqrt{b})^2 = 5 - 10\sqrt{b} + b$
- q) $(2\sqrt{a} - 3\sqrt{b})^2 = 4a - 12\sqrt{ab} + 9b$
- r) $(3\sqrt{x} + 2\sqrt{y})^2 = 9x + 12\sqrt{xy} + 4y$

Lösung A3

- a) $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{125} = 5$
- b) $\sqrt[8]{2} \cdot \sqrt[8]{128} = \sqrt[8]{256} = 2$
- c) $\sqrt[4]{4a^3} \cdot \sqrt[4]{4a} = \sqrt[4]{16a^4} = 2a$
- d) $\sqrt[3]{5x^2y} \cdot \sqrt[3]{25xy^2} = \sqrt[3]{125x^3y^3} = 5xy$
- e) $\sqrt[6]{6^2x^2y^3z} \cdot \sqrt[6]{6^4x^4y^3z^5} = \sqrt[6]{6^6x^6y^6z^6} = 6xyz$
- f) $\sqrt[3]{x+y} \cdot \sqrt[3]{(x+y)^2} = \sqrt[3]{(x+y)^3} = x+y$
- g) $\sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[5]{x^2} = x$
- h) $\sqrt[8]{a^5} \cdot \sqrt[8]{a^3} = a$
- i) $\sqrt[5]{4a^3} \cdot \sqrt[5]{8a^2} = 2a$
- j) $\sqrt[3]{3a} \cdot \sqrt[3]{9a^2} = 3a$
- k) $\sqrt[6]{x^2y^3z^5} \cdot \sqrt[6]{x^4y^3z} = xyz$
- l) $\sqrt[4]{27a^3b} \cdot \sqrt[4]{3ab^3} = 3ab$

Lösung A4

- a) $\sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[5]{x^2} = \sqrt[5]{x^5} = x$
- b) $\sqrt[4]{25b} \cdot \sqrt[4]{25b} = \sqrt[4]{625b^2} = 5\sqrt[4]{b^2}$
- c) $\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[4]{a} = a$
- d) $\sqrt[7]{x^4y^3z^5} \cdot \sqrt[7]{x^3y^4z^2} = xyz$
- e) $\sqrt[6]{xy^2z^2} \cdot \sqrt[6]{x^2yz} = \sqrt[6]{x^3y^3z^3} = \sqrt{xyz}$
- f) $\sqrt[10]{p^2q^3r^2} \cdot \sqrt[10]{p^3q^2r^3} = \sqrt[10]{p^5q^5r^5} = \sqrt{pqr}$
- g) $\frac{\sqrt[3]{112}}{\sqrt[3]{14}} = \sqrt[3]{\frac{112}{14}} = \sqrt[3]{8} = 2$
- h) $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{54}{2}} = 3$
- i) $\frac{\sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{\frac{108}{4}} = 3$
- j) $\frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2}} = \sqrt[5]{\frac{64}{2}} = 2$
- k) $\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{32}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$
- l) $\frac{\sqrt[4]{729}}{\sqrt[4]{9}} = \sqrt[4]{\frac{729}{9}} = 3$
- m) $\frac{\sqrt[3]{9,6}}{\sqrt[3]{1,2}} = \sqrt[3]{\frac{9,6}{1,2}} = 2$
- n) $\frac{\sqrt[6]{2}}{\sqrt[6]{128}} = \sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2}$



Aufgabe A1

Vereinfache.

a)	$\frac{\sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[4]{a}}$	=	
b)	$\frac{\sqrt[4]{8a^3}}{\sqrt[4]{2a}}$	=	
c)	$\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a^2}}$	=	
d)	$\frac{\sqrt[8]{x^6}}{\sqrt[8]{x^3}}$	=	
e)	$\frac{\sqrt[5]{10a^7}}{\sqrt[5]{2a^2}}$	=	
f)	$\frac{\sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{a^4b}}$	=	
g)	$\frac{\sqrt[n]{x^7}}{\sqrt[n]{x^3}}$	=	
h)	$\frac{\sqrt[n]{a^{n+3}}}{\sqrt[n]{a^3}}$	=	

Aufgabe A2

Kürze die Exponenten und stelle den Term in Wurzeldarstellung auf.

a)	$x^{\frac{5}{10}}$	=	
b)	$x^{\frac{8}{12}}$	=	
c)	$z^{\frac{8}{10}}$	=	
d)	$a^{\frac{3}{6}}$	=	
e)	$b^{\frac{5}{15}}$	=	
f)	$a^{\frac{9}{6}}$	=	
g)	$16^{\frac{1}{12}}$	=	
h)	$27^{\frac{1}{9}}$	=	

Aufgabe A3

Erweitere die Exponenten mit der angegebenen Zahl.

a)	$\sqrt[5]{a}; (3)$	=	
b)	$\sqrt[3]{b}; (2)$	=	
c)	$\sqrt[6]{x}; (4)$	=	
d)	$\sqrt[5]{2x}; (2)$	=	
e)	$\sqrt[4]{0,6}; (3)$	=	
f)	$\sqrt[4]{x^3}; (2)$	=	
g)	$\sqrt[4]{y^5}; (2)$	=	
h)	$\sqrt[5]{z^2}; (3)$	=	
i)	$\sqrt[n]{a^m}; (x)$	=	

Vermischte Aufgaben – Blatt 4

j)	$\sqrt[p]{a^q}; (b)$	=	
k)	$\sqrt[a]{b^c}; (d)$	=	
l)	$\sqrt[z]{d^x}; (a)$	=	

Aufgabe A4

Bringe auf den gleichen Wurzelexponenten:

Beispiel: $\sqrt[3]{5}$ und $\sqrt[4]{2}$

$$\rightarrow \sqrt[3 \cdot 4]{5^4} \text{ und } \sqrt[4 \cdot 3]{2^3}$$

$$\rightarrow \sqrt[12]{5^4} \text{ und } \sqrt[12]{2^3}$$

a)	$\sqrt[3]{4}$ und $\sqrt[4]{3}$	=	
b)	$\sqrt[7]{2}$ und $\sqrt{6}$	=	
c)	$\sqrt[5]{6}$ und $\sqrt[6]{7}$	=	
d)	$\sqrt[4]{a^3}$ und $\sqrt[5]{b^2}$	=	
e)	$\sqrt[6]{c^5}$ und $\sqrt[3]{d^4}$	=	
f)	$\sqrt[8]{a^3}$ und $\sqrt[7]{b^2}$	=	
g)	$\sqrt[3]{5a^2}$ und $\sqrt[4]{3b^2}$	=	
h)	$\sqrt[5]{(2a)^4}$ und $\sqrt[4]{(3b)^5}$	=	
i)	$\sqrt[6]{(ab)^6}$ und $\sqrt[5]{(cd)^2}$	=	

Lösung A1

- a) $\frac{\sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[4]{a}} = \sqrt[4]{\frac{a^3}{a}} = \sqrt[4]{a^2} = \sqrt{a}$
- b) $\frac{\sqrt[4]{8a^3}}{\sqrt[4]{2a}} = \sqrt[4]{\frac{8a^3}{2a}} = \sqrt[4]{4a^2} = \sqrt{2a}$
- c) $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a^2}} = \sqrt[3]{\frac{a}{a^2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{a}} = a^{-\frac{2}{3}}$
- d) $\frac{\sqrt[8]{x^6}}{\sqrt[8]{x^3}} = \sqrt[8]{\frac{x^6}{x^3}} = \sqrt[8]{x^3}$
- e) $\frac{\sqrt[5]{10a^7}}{\sqrt[5]{2a^2}} = \sqrt[5]{\frac{10a^7}{2a^2}} = \sqrt[5]{5a^5} = a\sqrt[5]{5}$
- f) $\frac{\sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{a^4b}} = \sqrt[3]{\frac{ab^2}{a^4b}} = \sqrt[3]{\frac{b}{a^3}} = \frac{1}{a}\sqrt[3]{b}$
- g) $\frac{\sqrt[n]{x^7}}{\sqrt[n]{x^3}} = \sqrt[n]{\frac{x^7}{x^3}} = \sqrt[n]{x^4}$
- h) $\frac{\sqrt[n]{a^{n+3}}}{\sqrt[n]{a^3}} = \sqrt[n]{\frac{a^{n+3}}{a^3}} = \sqrt[n]{a^n} = a$

Lösung A2

- a) $x^{\frac{5}{10}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$
- b) $x^{\frac{8}{12}} = x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2}$
- c) $z^{\frac{8}{10}} = z^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{z^4}$
- d) $a^{\frac{3}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$
- e) $b^{\frac{5}{15}} = b^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{b}$
- f) $a^{\frac{9}{6}} = a^{\frac{3}{2}} = \sqrt{a^3} = a\sqrt{a}$
- g) $16^{\frac{1}{12}} = (2^4)^{\frac{1}{12}} = 2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$
- h) $27^{\frac{1}{9}} = (3^3)^{\frac{1}{9}} = 3^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{3}$

Lösung A3

- a) $\sqrt[5]{a}; (3) \mid \sqrt[5 \cdot 3]{a^3} = \sqrt[15]{a^3}$
- b) $\sqrt[3]{b}; (2) \mid \sqrt[3 \cdot 2]{b^2} = \sqrt[6]{b^2}$
- c) $\sqrt[6]{x}; (4) \mid \sqrt[6 \cdot 4]{x^4} = \sqrt[24]{x^4}$
- d) $\sqrt[5]{2x}; (2) \mid \sqrt[5 \cdot 2]{(2x)^2} = \sqrt[10]{4x^2}$
- e) $\sqrt[4]{0,6}; (3) \mid \sqrt[4 \cdot 3]{0,6^3} = \sqrt[12]{0,216}$
- f) $\sqrt[4]{x^3}; (2) \mid \sqrt[4 \cdot 2]{(x^3)^2} = \sqrt[8]{x^6}$
- g) $\sqrt[4]{y^5}; (2) \mid \sqrt[4 \cdot 2]{(y^5)^2} = \sqrt[8]{y^{10}} = y^{\frac{5}{4}}\sqrt[8]{y^2}$
- h) $\sqrt[5]{z^2}; (3) \mid \sqrt[5 \cdot 3]{(z^2)^3} = \sqrt[15]{z^6}$
- i) $\sqrt[n]{a^m}; (x) \mid \sqrt[n \cdot x]{(a^m)^x} = \sqrt[nx]{a^{mx}}$

$$\begin{array}{l|l}
 \text{j)} & \sqrt[p]{a^q}; (b) \mid \sqrt[p \cdot b]{(a^q)^b} = \sqrt[bp]{a^{bq}} \\
 \text{k)} & \sqrt[a]{b^c}; (d) \mid \sqrt[a \cdot d]{(b^c)^d} = \sqrt[ad]{b^{cd}} \\
 \text{l)} & \sqrt[z]{d^x}; (a) \mid \sqrt[z \cdot a]{(d^x)^a} = \sqrt[az]{d^{ax}}
 \end{array}$$

Lösung A4

$$\begin{array}{l}
 \text{a)} \quad \sqrt[3]{4} \text{ und } \sqrt[4]{3} \rightarrow \sqrt[3 \cdot 4]{4^4} \text{ und } \sqrt[4 \cdot 3]{3^3} \rightarrow \sqrt[12]{256} \text{ und } \sqrt[12]{27} \\
 \text{b)} \quad \sqrt[7]{2} \text{ und } \sqrt{6} \rightarrow \sqrt[7 \cdot 2]{2^2} \text{ und } \sqrt[2 \cdot 7]{6^7} \rightarrow \sqrt[14]{4} \text{ und } \sqrt[14]{6^7} \\
 \text{c)} \quad \sqrt[5]{6} \text{ und } \sqrt[6]{7} \rightarrow \sqrt[5 \cdot 6]{6^6} \text{ und } \sqrt[6 \cdot 5]{7^5} \rightarrow \sqrt[30]{6^6} \text{ und } \sqrt[30]{7^5} \\
 \text{d)} \quad \sqrt[4]{a^3} \text{ und } \sqrt[5]{b^2} \rightarrow \sqrt[4 \cdot 5]{(a^3)^5} \text{ und } \sqrt[5 \cdot 4]{(b^2)^4} \rightarrow \sqrt[20]{a^{15}} \text{ und } \sqrt[20]{b^8} \\
 \text{e)} \quad \sqrt[6]{c^5} \text{ und } \sqrt[3]{d^4} \rightarrow \sqrt[6 \cdot 3]{(c^5)^3} \text{ und } \sqrt[3 \cdot 6]{(d^4)^6} \rightarrow \sqrt[18]{c^{15}} \text{ und } \sqrt[18]{d^{24}} \\
 \text{f)} \quad \sqrt[8]{a^3} \text{ und } \sqrt[7]{b^2} \rightarrow \sqrt[8 \cdot 7]{(a^3)^7} \text{ und } \sqrt[7 \cdot 8]{(b^2)^8} \rightarrow \sqrt[56]{a^{21}} \text{ und } \sqrt[56]{b^{16}} \\
 \text{g)} \quad \sqrt[3]{5a^2} \text{ und } \sqrt[4]{3b^2} \rightarrow \sqrt[3 \cdot 4]{(5a^2)^4} \text{ und } \sqrt[4 \cdot 3]{(3b^2)^3} \rightarrow \sqrt[12]{625a^8} \text{ und } \sqrt[12]{27b^6} \\
 \text{h)} \quad \sqrt[5]{(2a)^4} \text{ und } \sqrt[4]{(3b)^5} \rightarrow \sqrt[5 \cdot 4]{(2a)^{4 \cdot 4}} \text{ und } \sqrt[4 \cdot 5]{(3b)^{5 \cdot 5}} \rightarrow \sqrt[20]{(2a)^{16}} \text{ und } \sqrt[20]{(3b)^{25}} \\
 \text{i)} \quad \sqrt[6]{(ab)^6} \text{ und } \sqrt[5]{(cd)^2} \rightarrow \sqrt[6 \cdot 5]{(ab)^{6 \cdot 5}} \text{ und } \sqrt[5 \cdot 6]{(cd)^{2 \cdot 6}} \rightarrow \sqrt[30]{(ab)^{30}} \text{ und } \sqrt[30]{(cd)^{12}}
 \end{array}$$

Aufgabe A1

Berechne ohne Verwendung gerundeter Zahlen.



a)	$\sqrt[3]{3^6}$	=	
b)	$\sqrt[4]{4^8}$	=	
c)	$\sqrt[5]{2^{15}}$	=	
d)	$\sqrt[3]{3^9}$	=	
e)	$\sqrt{4^6}$	=	
f)	$(\sqrt[5]{a})^4$	=	
g)	$(\sqrt[4]{b})^4$	=	
h)	$(\sqrt[3]{x})^5$	=	
i)	$(\sqrt[3]{y^2})^3$	=	
j)	$(\sqrt[5]{z^2})^3$	=	

Aufgabe A2

Vereinfache.

a)	$\sqrt[3]{a^6 b^9}$	=	
b)	$\sqrt[4]{x^{12} y^8}$	=	
c)	$\sqrt[6]{a^3}$	=	
d)	$\sqrt[6]{b^2}$	=	
e)	$\sqrt[8]{x^2 y^4}$	=	
f)	$\sqrt{\sqrt{81}}$	=	
g)	$\sqrt{\sqrt[3]{64}}$	=	
h)	$\sqrt[3]{\sqrt{64}}$	=	
i)	$\sqrt[3]{\sqrt[3]{512}}$	=	
j)	$\sqrt{\sqrt{16}}$	=	

Aufgabe A3

Fasse die Wurzeln zu einer Wurzel zusammen bzw. löse die Doppelwurzel.

a)	$\sqrt{\sqrt{a^4}}$	=	
b)	$\sqrt{\sqrt[3]{b^6}}$	=	
c)	$\sqrt[3]{\sqrt[3]{c^9}}$	=	
d)	$\sqrt{\sqrt{x^8}}$	=	
e)	$\sqrt[3]{\sqrt{y^{12}}}$	=	

Vermischte Aufgaben – Blatt 5

f)	$\sqrt[3]{a^4}$	=	
g)	$\sqrt[3]{b^6}$	=	
h)	$\sqrt[4]{c^{10}}$	=	
i)	$\sqrt[3]{x^{12}}$	=	
j)	$\sqrt{y^6}$	=	

Aufgabe A4

Vereinfach die Terme und schreibe das Ergebnis als Wurzel, falls möglich.

a)	$\frac{\sqrt{a}}{a^{\frac{1}{4}}}$	=	
b)	$\frac{\sqrt[3]{x^2}}{x^{\frac{1}{6}}}$	=	
c)	$\frac{5n-1}{\frac{1}{5n-1}}$	=	
d)	$\left(\left(\frac{1}{4}\right)^{-a}\right)^{\frac{1}{a}}$	=	
e)	$\sqrt{\frac{4x^2}{5y^2}}$	=	
f)	$\sqrt[3]{\frac{x}{b^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2}{b}}$	=	
g)	$\sqrt{x^3 y^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{xy}}$	=	
h)	$\frac{\sqrt[3]{\frac{x}{y}}}{\sqrt[3]{xy^2}}$	=	

Lösung A1

- a) $\sqrt[3]{3^6} = 3^2 = 9$
- b) $\sqrt[4]{4^8} = 4^2 = 16$
- c) $\sqrt[5]{2^{15}} = 2^3 = 8$
- d) $\sqrt[3]{3^9} = 3^3 = 27$
- e) $\sqrt{4^6} = 4^3 = 64$
- f) $(\sqrt[5]{a})^4 = \sqrt[5]{a^4}$
- g) $(\sqrt[4]{b})^4 = \sqrt[4]{b^4} = b$
- h) $(\sqrt[3]{x})^5 = \sqrt[3]{x^5} = x^3 \sqrt{x^2}$
- i) $(\sqrt[3]{y^2})^3 = y^2$
- j) $(\sqrt[5]{z^2})^3 = \sqrt[5]{z^6} = z^5 \sqrt{z}$

Lösung A2

- a) $\sqrt[3]{a^6 b^9} = a^2 b^3$
- b) $\sqrt[4]{x^{12} y^8} = x^3 y^2$
- c) $\sqrt[6]{a^3} = \sqrt{a}$
- d) $\sqrt[6]{b^2} = \sqrt[3]{b}$
- e) $\sqrt[8]{x^2 y^4} = \sqrt[4]{xy^2}$
- f) $\sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt[4]{81} = 3$
- g) $\sqrt{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[6]{64} = 2$
- h) $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[6]{64} = 2$
- i) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{512}} = \sqrt[9]{512} = 2$
- j) $\sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt[4]{16} = 2$

Lösung A3

- a) $\sqrt{\sqrt{a^4}} = \sqrt[4]{a^4} = a$
- b) $\sqrt{\sqrt[3]{b^6}} = \sqrt[6]{b^6} = b$
- c) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{c^9}} = \sqrt[9]{c^9} = c$
- d) $\sqrt{\sqrt{x^8}} = \sqrt[4]{x^8} = x^2$
- e) $\sqrt[3]{\sqrt{y^{12}}} = \sqrt[6]{y^{12}} = y^2$

f) $\sqrt{\sqrt[3]{a^4}} = \sqrt[6]{a^4} = \sqrt[3]{a^2}$

g) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{b^6}} = \sqrt[9]{b^6} = \sqrt[3]{b^2}$

h) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{c^{10}}} = \sqrt[12]{c^{10}} = \sqrt[6]{c^5}$

i) $\sqrt{\sqrt[3]{x^{12}}} = \sqrt[6]{x^{12}} = x^2$

j) $\sqrt{\sqrt{y^6}} = \sqrt[4]{y^6} = y \cdot \sqrt[4]{y^2} = y \cdot \sqrt{y}$

Lösung A4

a) $\frac{\sqrt{a}}{\frac{1}{a^4}} = a^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{a}$

b) $\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\frac{1}{x^6}} = x^{\frac{3}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$

c) $\frac{5^{\frac{1}{n-1}}}{5^{\frac{1}{n-1}}} = 1$

d) $\left(\left(\frac{1}{4}\right)^{-a}\right)^{\frac{1}{a}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = 4$

e) $\sqrt{\frac{4x^2}{5y^2}} = \frac{2x}{y\sqrt{5}} = \frac{2x \cdot \sqrt{5}}{y \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{2x\sqrt{5}}{5y}$

f) $\sqrt[3]{\frac{x}{b^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2}{b}} = \frac{x}{b}$

g) $\sqrt{x^3 y^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{xy}} = x \cdot \sqrt{y}$

h) $\frac{\sqrt[3]{\frac{x}{y}}}{\sqrt[3]{xy^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{y^3}} = \frac{1}{y}$

Aufgabe A1

Berechne die folgenden Terme.

- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|---|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|
| a) $\sqrt{x^2 y^2}$
b) $\sqrt{a^2 b^2 c^2}$
c) $\sqrt{4x^2 y^2}$
d) $\sqrt[3]{u^3 v^3 w^3}$
e) $\sqrt[5]{x^{10} y^5 z^{15}}$
f) $\sqrt[4]{a^2 b^4 c^6}$
g) $(x^4 y^4)^{\frac{3}{2}}$
h) $(27a^3 b^6)^{\frac{1}{3}}$
i) $\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{2} + 4\sqrt{3}$ | <table border="0"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> </table> | = | _____ | = | _____ | = | _____ | = | _____ | = | _____ | = | _____ | = | _____ | = | _____ | = | _____ |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |



Aufgabe A2

Berechne die folgenden Terme.

- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|
| a) $\sqrt[x]{y} - \sqrt[a]{b} + 2\sqrt[x]{y} - 3\sqrt[a]{b}$
b) $\sqrt[3]{(a+b)^{2^2}} \cdot \sqrt{(a+b)^{3^{\frac{1}{3}}}}$
c) $\frac{3\sqrt{a^3} \cdot 2\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a} \cdot a^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[4]{a} \cdot a^{\frac{3}{4}}}$
d) $\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[5]{x^6} \cdot \sqrt[12]{x^{-18}}$
e) $\sqrt[4]{(n+x)^3} \cdot \sqrt[4]{(n+x)^5}$
f) $\frac{x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{3}{2}} \cdot 5\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^4}}{\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{x^3}}$
g) $\frac{a^{\frac{5}{4}} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^7}}{a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{a^3} \cdot \sqrt[4]{a^3}}$
h) $\frac{a^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot 4 \cdot \sqrt[4]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a}}{a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{16a}}$ | <table border="0"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> </table> | = | _____ | = | _____ | = | _____ | = | _____ | = | _____ | = | _____ | = | _____ | = | _____ | = | _____ |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Aufgabe A3

Vereinfache die folgenden Terme.

- | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|---|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|
| a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27k}$
b) $(3\sqrt{a} + x\sqrt{a}) \cdot \sqrt{a}$
c) $(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$
d) $(\sqrt{50} + \sqrt{18}) : \sqrt{2}$
e) $(\sqrt{3x} - \sqrt{12x}) : \sqrt{x}$
f) $\left(\sqrt{e} - \sqrt{\frac{1}{e}}\right) \cdot \sqrt{2e}$
g) $(0,5\sqrt{x})^3 + 3x\sqrt{x}$ | <table border="0"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">=</td><td>_____</td></tr> </table> | = | _____ | = | _____ | = | _____ | = | _____ | = | _____ | = | _____ | = | _____ |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | |
| = | _____ | | | | | | | | | | | | | | |

Lösung A1

- a) $\sqrt{x^2 y^2} = xy$
- b) $\sqrt{a^2 b^2 c^2} = abc$
- c) $\sqrt{4x^2 y^2} = 2xy$
- d) $\sqrt[3]{u^3 v^3 w^3} = uvw$
- e) $\sqrt[5]{x^{10} y^5 z^{15}} = x^2 y z^3$
- f) $\sqrt[4]{a^2 b^4 c^6} = bc \cdot \sqrt[4]{a^2 c^2}$
- g) $(x^4 y^4)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{(x^4 y^4)^3} = \sqrt{x^{12} y^{12}} = x^6 y^6$
- h) $(27a^3 b^6)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27a^3 b^6} = 3ab^2$
- i) $\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{2} + 4\sqrt{3} = 5\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

Lösung A2

- a) $x\sqrt{y} - \sqrt[4]{b} + 2x\sqrt{y} - 3\sqrt[4]{b} = 3x\sqrt{y} - 4\sqrt[4]{b}$
- b) $\sqrt[3]{(a+b)^{2^2}} \cdot \sqrt{(a+b)^{\frac{1}{3^3}}} = \left((a+b)^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left((a+b)^{\frac{1}{27}}\right)^{\frac{1}{3}} = (a+b) \cdot \sqrt{a+b}$
- c) $\frac{3\sqrt{a^3} \cdot 2\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a} \cdot a^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[4]{a} \cdot a^{\frac{3}{4}}} = \frac{6a\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[4]{a^4}} = \frac{6a^2 \sqrt[3]{a^6}}{a} = \frac{6a^4}{a} = 6a^5$
- d) $\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[5]{x^6} \cdot \sqrt[12]{x^{-18}} = \frac{x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{6}{5}} \cdot x^{-\frac{3}{2}}}{x^{\frac{18}{12}}} = \frac{x^{\frac{2}{3} + \frac{6}{5} - \frac{3}{2}}}{x^{\frac{3}{2}}} = \frac{x^{\frac{28}{30} - \frac{15}{30}}}{x^{\frac{15}{30}}} = \frac{x^{\frac{13}{30}}}{x^{\frac{15}{30}}} = x^{\frac{13}{30} - \frac{15}{30}} = x^{-\frac{2}{30}} = x^{-\frac{1}{15}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{15}}}$
- e) $\sqrt[4]{(n+x)^3} \cdot \sqrt[4]{(n+x)^5} = (n+x)^2$
- f) $\frac{x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{3}{2}} \cdot 5\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^4}}{\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{x^3}} = \frac{5 \cdot \sqrt{x^4} \cdot \sqrt[3]{x^6}}{\sqrt[4]{x^4}} = 5x^2$
- g) $\frac{a^{\frac{5}{4}} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^7}}{a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[4]{a^3}} = \frac{a^{\frac{5}{4} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{4}} \cdot \sqrt[3]{a^9}}{a^{\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{2}}} = \frac{a^{\frac{49}{20}} \cdot a^{\frac{3}{20}}}{a^{\frac{24}{20}}} = \frac{a^{\frac{52}{20}}}{a^{\frac{24}{20}}} = \frac{a^{\frac{13}{5}}}{a^{\frac{3}{5}}} = a^{\frac{13}{5} - \frac{3}{5}} = a^2$
- h) $\frac{a^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot 4 \cdot \sqrt[4]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a}}{a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{16a}} = \frac{4 \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[4]{a^6}}{2 \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[4]{a}} = \frac{4a\sqrt{a} \cdot a \cdot a \cdot \sqrt[4]{a^2}}{2a} = 2a^2 \sqrt{a} \sqrt[4]{a^2} = 2a^3$

Lösung A3

- a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27k} = \sqrt{81k} = 9\sqrt{k}$
- b) $(3\sqrt{a} + x\sqrt{a}) \cdot \sqrt{a} = 3a + xa = a(3+x)$
- c) $(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 = 3 - 2\sqrt{15} + 5 = 8 - 2\sqrt{15}$
- d) $(\sqrt{50} + \sqrt{18}) : \sqrt{2} = \sqrt{25} + \sqrt{9} = 8$
- e) $(\sqrt{3x} - \sqrt{12x}) : \sqrt{x} = \sqrt{3} - \sqrt{12} = \sqrt{3} - \sqrt{4 \cdot 3} = -\sqrt{3}$
- f) $\left(\sqrt{e} - \sqrt{\frac{1}{e}}\right) \cdot \sqrt{2e} = e\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}(e-1)$
- g) $(0,5\sqrt{x})^3 + 3x\sqrt{x} = 0,125x\sqrt{x} + 3x\sqrt{x} = 3,125x\sqrt{x}$

Aufgabe A1

Berechne die folgenden Terme.



a) $\sqrt{\frac{4a^2}{9b^2}}$	=	
b) $\sqrt{\frac{16x^6}{81y^4}}$	=	
c) $\sqrt{x^2 - 1} \cdot \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$	=	
d) $(x-1) \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2+2x+1}{x^2-1}}$	=	
e) $\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \cdot \sqrt[3]{\frac{(x^2+2x+1)^2}{(x^2-1)^2}}$	=	
f) $\sqrt{a^2 - b^2} \cdot \sqrt{\frac{5a+5b}{a-b}}$	=	
g) $\sqrt{5a^2 - 5b^2} \cdot \sqrt{\frac{5a+5b}{a-b}}$	=	
h) $(x+y) \cdot \sqrt{\frac{x^2-y^2}{(x^2+2xy+y^2)(x+y)}}$	=	
i) $0,5e\sqrt{e^{-2}} + 2e$	=	

Aufgabe A2

Berechne bzw. vereinfache die folgenden Terme.

a) $\sqrt[3]{x^2 + 2xy + y^2} : \sqrt[3]{x^2 - y^2}$	=	
b) $(x+y) \cdot \sqrt{\frac{x^2+y^2}{x^2+2xy+y^2}}$	=	
c) $\sqrt[n]{\frac{b^{-3}c^{-3}a^{2n}}{b^{-3n}dc^{-5}a^{-2}}} : \frac{a^2c^2b^n}{a^{-n}da^nb^3}$	=	
d) $\sqrt[a]{\frac{y^3by^{-2}x^2az^3}{y^{-2}x^{-3b}z^{-a}}} : \frac{z^3x^{3b}}{y^{-3b}x^{-2a}}$	=	
e) $\sqrt{8k^2 - 16k + 8}$	=	
f) $(1 + \sqrt{k})^2$	=	
g) $(\sqrt{a} - 2\sqrt{b})^2$	=	
h) $\sqrt{0,25k} - \sqrt{\frac{k}{25}} + 3\sqrt{k}$	=	
i) $(\sqrt{x} - \sqrt{2})(\sqrt{x} + \sqrt{2})$	=	
j) $\sqrt{xy^2} - 5\sqrt{x^2y} + 8x\sqrt{y} - 10y\sqrt{x}$	=	

Aufgabe A3

Mache den Nenner rational.

a) $\frac{2}{\sqrt{5}}$	=	
b) $\frac{x}{2\sqrt{x}}$	=	
c) $\frac{1+\sqrt{k}}{1-\sqrt{k}}$	=	
d) $\frac{k}{\sqrt{5k}-\sqrt{3k}}$	=	

Vermischte Aufgaben – Blatt 7

e) $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}}$	=	
f) $\sqrt{a} + 1 + a - \frac{a}{\sqrt{a}}$	=	

Aufgabe A4

Vereinfache.

a) $\frac{1}{9k}(\sqrt{k})^5 + \frac{1}{9}(\sqrt{k})^3 + \frac{3}{2}k\sqrt{k}$	=	
b) $-\frac{1}{2k}((- \sqrt{k})^4 + k(- \sqrt{k})^2)$	=	
c) $-\frac{k^2}{144} \cdot \left(\frac{6}{\sqrt{k}}\right)^3 + \frac{k}{2} \cdot \left(\frac{6}{\sqrt{k}}\right)$	=	
d) $\frac{1}{k^2}(\sqrt{0,5k})^3 - \frac{3}{2k}(\sqrt{0,5k})^2 + 2$	=	

Aufgabe A5

Fasse zusammen.

a) $\sqrt{8} - 3\sqrt{2}$	=	
b) $\sqrt{18} - 3\sqrt{8}$	=	
c) $\sqrt{5} + \sqrt{20} - \sqrt{25}$	=	
d) $(\sqrt{5})^3 + 3\sqrt{5^2} - (4\sqrt{5})^2 + \sqrt{5}\sqrt{5^3}$	=	
e) $\sqrt{3^4} + (-2\sqrt{3})^4 + (\sqrt{3^2})^3 - 5\sqrt{3}\sqrt{3^3}$	=	

Lösung A1

- a) $\sqrt{\frac{4a^2}{9b^2}} = \frac{2a}{3b}$
- b) $\sqrt{\frac{16x^6}{81y^4}} = \frac{4x^3}{9y^2}$
- c) $\sqrt{x^2 - 1} \cdot \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = \sqrt{(x+1)(x-1) \cdot \frac{x+1}{x-1}} = \sqrt{(x+1)^2} = x+1$
- d) $(x-1) \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2+2x+1}{x^2-1}} = \sqrt[3]{(x-1)^3 \cdot \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)}} = \sqrt[3]{(x-1)^2 \cdot (x+1)}$
- e) $\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \cdot \sqrt[3]{\frac{(x^2+2x+1)^2}{(x^2-1)^2}} = \sqrt[3]{\frac{(x-1)^3 \cdot (x+1)^4}{(x+1)^3 \cdot (x+1)^2 \cdot (x-1)^2}} = \sqrt[3]{\frac{(x-1)^3 \cdot (x+1)^4}{(x-1)^2 \cdot (x+1)^5}} = \sqrt[3]{\frac{x-1}{x+1}}$
- f) $\sqrt{a^2 - b^2} \cdot \sqrt{\frac{5a+5b}{a-b}} = \sqrt{(a+b)(a-b) \cdot \frac{5(a+b)}{a-b}} = \sqrt{5(a+b)^2} = (a+b) \cdot \sqrt{5}$
- g) $\sqrt{5a^2 - 5b^2} \cdot \sqrt{\frac{5a+5b}{a-b}} = \sqrt{5(a+b)(a-b) \cdot \frac{5(a+b)}{a-b}} = 5(a+b)$
- h) $(x+y) \cdot \sqrt{\frac{x^2-y^2}{(x^2+2xy+y^2)(x+y)}} = \sqrt{\frac{(x+y)^2 \cdot (x+1)(x-1)}{(x+y)^2 \cdot (x+y)}} = \sqrt{x-1}$
- i) $0,5e\sqrt{e^{-2}} + 2e = 0,5e \cdot \sqrt{\frac{1}{e^2}} + 2e = 0,5 + 2e$

Lösung A2

- a) $\sqrt[3]{x^2 + 2xy + y^2} : \sqrt[3]{x^2 - y^2} = \sqrt[3]{\frac{(x+y)^2}{(x+y)(x-y)}} = \sqrt[3]{\frac{x+y}{x-y}}$
- b) $(x+y) \cdot \sqrt{\frac{x^2+y^2}{(x^2+2xy+y^2)}} = \sqrt{(x+y)^2 \cdot \frac{x^2+y^2}{(x+y)^2}} = \sqrt{x^2 + y^2}$
- c) $\sqrt[n]{\frac{b^{-3}c^{-3}a^{2n}}{b^{-3n}dc^{-5}a^{-2}} : \frac{a^{-n}da^nb^3}{a^{-n}da^nb^3}} = \sqrt[n]{\frac{b^{-3}c^{-3}a^{2n}}{b^{-3n}dc^{-5}a^{-2}} \cdot \frac{a^{-n}da^nb^3}{a^{-n}da^nb^3}} = \sqrt[n]{\frac{a^{2n}b^0c^{-3}d}{a^0b^{-2n}c^{-3}d}} = \sqrt[n]{(ab)^{2n}} = (ab)^2$
- d) $\sqrt[n]{\frac{y^3by^{-2}x^2az^3}{y^{-2}x^{-3b}z^{-a}} : \frac{z^3x^3b}{y^{-3b}x^{-2a}}} = \sqrt[n]{\frac{y^3by^{-2}x^2az^3}{y^{-2}x^{-3b}z^{-a}} \cdot \frac{y^{-3b}x^{-2a}}{z^3x^3b}} = \sqrt[n]{\frac{y^{-2}z^3}{y^{-2}z^3z^{-a}}} = \sqrt[n]{z^a} = z$
- e) $\sqrt{8k^2 - 16k + 8} = \sqrt{8(k^2 - 2k + 1)} = \sqrt{4 \cdot 2 \cdot (k-1)^2} = 2(k-1) \cdot \sqrt{2}$
- f) $(1 + \sqrt{k})^2 = 1 + 2\sqrt{k} + k$
- g) $(\sqrt{a} - 2\sqrt{b})^2 = a - 4\sqrt{ab} + 4b$
- h) $\sqrt{0,25k} - \sqrt{\frac{k}{25}} + 3\sqrt{k} = 0,5\sqrt{k} - 0,2\sqrt{k} + 3\sqrt{k} = 3,3\sqrt{k}$
- i) $(\sqrt{x} - \sqrt{2})(\sqrt{x} + \sqrt{2}) = x - 2$
- j) $\sqrt{xy^2} - 5\sqrt{x^2y} + 8x\sqrt{y} - 10y\sqrt{x} = 3x\sqrt{y} - 9\sqrt{x}$

Lösung A3

- a) $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{2}{5}\sqrt{5}$
- b) $\frac{x}{2\sqrt{x}} = \frac{x\sqrt{x}}{2\sqrt{x}\sqrt{x}} = \frac{1}{2}\sqrt{x}$
- c) $\frac{1+\sqrt{k}}{1-\sqrt{k}} = \frac{(1+\sqrt{k})(1+\sqrt{k})}{(1-\sqrt{k})(1+\sqrt{k})} = \frac{(1+\sqrt{k})^2}{1-k}$
- d) $\frac{k}{\sqrt{5k}-\sqrt{3k}} = \frac{k(\sqrt{5k}+\sqrt{3k})}{(\sqrt{5k}-\sqrt{3k})(\sqrt{5k}+\sqrt{3k})} = \frac{k(\sqrt{5k}+\sqrt{3k})}{5k-3k} = \frac{1}{2}(\sqrt{5k} + \sqrt{3k})$
- e) $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x-1} \cdot (\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x-1} \cdot (\sqrt{x}+1)}{x-1}$
- f) $\sqrt{a} + 1 + a - \frac{a}{\sqrt{a}} = \sqrt{a} + 1 + a - \frac{a \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = 1 + a$

Lösung A4

- a) $\frac{1}{9k}(\sqrt{k})^5 + \frac{1}{9}(\sqrt{k})^3 + \frac{3}{2}k\sqrt{k} = \frac{1}{9}k\sqrt{k} + \frac{1}{9}k\sqrt{k} + \frac{3}{2}k\sqrt{k} = \frac{31}{18}k\sqrt{k}$
- b) $-\frac{1}{2k}((-\sqrt{k})^4 + k(-\sqrt{k})^2) = -\frac{1}{2}k - \frac{1}{2}k = -k$
- c) $-\frac{k^2}{144} \cdot \left(\frac{6}{\sqrt{k}}\right)^3 + \frac{k}{2} \cdot \left(\frac{6}{\sqrt{k}}\right) = -\frac{216k}{144\sqrt{k}} + \frac{3k}{\sqrt{k}} = -\frac{3k}{2\sqrt{k}} + \frac{3k}{\sqrt{k}} = \frac{3k \cdot \sqrt{k}}{2\sqrt{k} \cdot \sqrt{k}} = \frac{3}{2}\sqrt{k}$
- d) $\frac{1}{k^2}(\sqrt{0,5k})^3 - \frac{3}{2k}(\sqrt{0,5k})^2 + 2 = \frac{0,5}{k}\sqrt{0,5k} - \frac{1,5}{2} + 2 = \frac{\sqrt{2k}}{4k} + \frac{5}{4}$

Lösung A5

- a) $\sqrt{8} - 3\sqrt{2} = \sqrt{4 \cdot 2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = -\sqrt{2}$
- b) $\sqrt{18} - 3\sqrt{8} = \sqrt{9 \cdot 2} - 3\sqrt{4 \cdot 2} = 3\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = -3\sqrt{2}$
- c) $\sqrt{5} + \sqrt{20} - \sqrt{25} = \sqrt{5} + \sqrt{4 \cdot 5} - 5 = 3\sqrt{5} - 5$
- d) $(\sqrt{5})^3 + 3\sqrt{5^2} - (4\sqrt{5})^2 + \sqrt{5}\sqrt{5^3} = 5\sqrt{5} + 15 - 80 + 25 = 5\sqrt{5} - 40$
- e) $\sqrt{3^4} + (-2\sqrt{3})^4 + (\sqrt{3^2})^3 - 5\sqrt{3}\sqrt{3^3} = 9 + 16 \cdot 9 + 3 \cdot 9 - 5 \cdot 9 = 15 \cdot 9 = 135$

Aufgabe A1

Berechne bzw. vereinfache die folgenden Terme.



- | | | | |
|----|---|---|--|
| a) | $\sqrt{a+b} \cdot \sqrt{(a+b)^3}$ | = | |
| b) | $\sqrt{3(x-y)} \cdot \sqrt{27(x-y)}$ | = | |
| c) | $\sqrt{\frac{2}{3x+7y}} \cdot \sqrt{\frac{7y+3x}{2}}$ | = | |
| d) | $\sqrt{\frac{1}{14x}} \cdot \sqrt{\frac{2x}{7}} \cdot \sqrt{\frac{8x^4}{98}}$ | = | |
| e) | $2\sqrt{75} - 4\sqrt{12} + \sqrt{3}$ | = | |
| f) | $(2x+y)\sqrt{98} + \sqrt{8x^2 + 8xy + 2y^2}$ | = | |
| | | | |
| g) | $\sqrt{32} + \sqrt{50} - \sqrt{128} + \sqrt{18}$ | = | |
| h) | $3\sqrt{2a^3b^2} - \sqrt{8a^3b^2} - \sqrt{72a^3b^2}$ | = | |

Aufgabe A2

Vereinfache soweit wie möglich.

- | | |
|----|---|
| a) | $(a\sqrt{a+b} - b\sqrt{a-b})^2 - (b\sqrt{a+b} - a\sqrt{a-b})^2 =$ <div style="border-bottom: 1px solid black; height: 20px; margin-top: 5px;"></div> <div style="border-bottom: 1px solid black; height: 20px; margin-top: 5px;"></div> |
| b) | $(3\sqrt{2x+y} + \sqrt{2x-y})(3\sqrt{2x+y} - \sqrt{2x-y}) + (3\sqrt{2x+y} - \sqrt{2x-y})^2 =$ <div style="border-bottom: 1px solid black; height: 20px; margin-top: 5px;"></div> <div style="border-bottom: 1px solid black; height: 20px; margin-top: 5px;"></div> |
| c) | $\sqrt{a+b} + \sqrt[3]{a+b} - \sqrt{a-b} + \sqrt[3]{a-b} - 3\sqrt[3]{a+b} + 2\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b} =$ <div style="border-bottom: 1px solid black; height: 20px; margin-top: 5px;"></div> |
| d) | $\sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt[4]{x^3}} \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt[4]{x^{12}}}} \cdot \sqrt{x^3 \cdot \sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt[12]{x^7}} =$ <div style="border-bottom: 1px solid black; height: 20px; margin-top: 5px;"></div> <div style="border-bottom: 1px solid black; height: 20px; margin-top: 5px;"></div> |

Aufgabe A3

Ordne für $a > 0$ den Wurzeln die zugehörigen Potenzen zu.

1.	$a \cdot \sqrt{a}$	A	$a^{2,5}$
2.	$a^2 \cdot \sqrt{a}$	B	a^{-1}
3.	$\frac{a}{\sqrt{a}}$	C	$a^{1,5}$
4.	$\frac{\sqrt{a}}{a}$	D	$a^{-1,5}$
5.	$\left(\frac{a}{\sqrt{a}}\right)^2$	E	a
6.	$\frac{\sqrt{a}}{a^2}$	F	$a^{-0,5}$
7.	$\sqrt{\frac{1}{a^2}}$	G	$a^{0,5}$

Aufgabe A4

Zeige, dass

$$5k \sqrt{\frac{1}{2k}} e^{-0,5} = 5 \sqrt{\frac{k}{2e}} \text{ für } k > 0 \text{ ist.}$$

Aufgabe A5

Ordne ohne Verwendung eines Taschenrechners der Größe nach:

$$0,5^{2,4} \quad | \quad 3^{-3,2} \quad | \quad 2^{-3,2} \quad | \quad 3^{-4,2} \quad | \quad 5^{-3,2}$$

Lösung A1

- a) $\sqrt{a+b} \cdot \sqrt{(a+b)^3} = \sqrt{(a+b)^4} = (a+b)^2$
- b) $\sqrt{3(x-y)} \cdot \sqrt{27(x-y)} = \sqrt{3(x-y)} \cdot 3\sqrt{3(x-y)} = 3 \cdot 3(x-y) = 9(x-y)$
- c) $\sqrt{\frac{2}{3x+7y}} \cdot \sqrt{\frac{7y+3x}{2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (7y+3x)}{(3x+7y) \cdot 2}} = \sqrt{1} = 1$
- d) $\sqrt{\frac{1}{14x}} \cdot \sqrt{\frac{2x}{7}} \cdot \sqrt{\frac{8x^4}{98}} = \sqrt{\frac{2x \cdot 8x^4}{14x \cdot 7 \cdot 98}} = \sqrt{\frac{4x \cdot 4x^4}{2 \cdot 7 \cdot x \cdot 7 \cdot 98}} = \sqrt{\frac{4x^4}{49 \cdot 49}} = \frac{2x^2}{49}$
- e) $2\sqrt{75} - 4\sqrt{12} + \sqrt{3} = 2\sqrt{25 \cdot 3} - 4\sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{3} = 10\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$
- f) $(2x+y)\sqrt{98} + \sqrt{8x^2 + 8xy + 2y^2} = (2x+y)\sqrt{49 \cdot 2} + \sqrt{2(2x+y)^2} =$
 $7 \cdot (2x+y)\sqrt{2} + (2x+y)\sqrt{2} = 8 \cdot (2x+y)\sqrt{2}$
- g) $\sqrt{32} + \sqrt{50} - \sqrt{128} + \sqrt{18} = \sqrt{16 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{64 \cdot 2} + \sqrt{9 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$
- h) $3\sqrt{2a^3b^2} - \sqrt{8a^3b^2} - \sqrt{72a^3b^2} = 3ab\sqrt{2a} - 2ab\sqrt{2a} - 6ab\sqrt{2a} = -5ab\sqrt{2a}$

Lösung A2

- a) $(a\sqrt{a+b} - b\sqrt{a-b})^2 - (b\sqrt{a+b} - a\sqrt{a-b})^2 =$
 $a^2(a+b) - 2ab\sqrt{a^2-b^2} + b^2(a-b) - (b^2(a+b) - 2ab\sqrt{a^2-b^2} + a^2(a-b)) =$
 $a^2(a+b) - a^2(a-b) + b^2(a-b) - b^2(a+b) = a^2(a^2-b^2) + b^2(a^2-b^2) =$
 $(a^2-b^2)(a^2+b^2) = a^4 - b^4$
- b) $(3\sqrt{2x+y} + \sqrt{2x-y})(3\sqrt{2x+y} - \sqrt{2x-y}) + (3\sqrt{2x+y} - \sqrt{2x-y})^2 =$
 $(3\sqrt{2x+y})^2 - (\sqrt{2x-y})^2 + (3\sqrt{2x+y})^2 - 6\sqrt{(2x+y)(2x-y)} + (\sqrt{2x-y})^2 =$
 $18(2x+y) - 6\sqrt{4x^2 - y^2}$
- c) $\sqrt{a+b} + \sqrt[3]{a+b} - \sqrt{a-b} + \sqrt[3]{a-b} - 3\sqrt[3]{a+b} + 2\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b} =$
 $3\sqrt{a+b} - 2\sqrt[3]{a+b} + \sqrt[3]{a-b}$
- d) $\sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt[4]{x^3}} \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[4]{x^{12}}} \cdot \sqrt{x^3 \cdot \sqrt[3]{x^4}} \cdot \sqrt[12]{x^7} =$
 $\sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt[4]{x^3}} \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x^5}} \cdot \sqrt{x^4 \cdot \sqrt[3]{x}} \cdot \sqrt[12]{x^7} = \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[12]{x^3} \cdot x^{\frac{6}{6}\sqrt{x^2}} \cdot x^{\frac{2}{6}\sqrt{x}} \cdot \sqrt[12]{x^7} =$
 $\sqrt[12]{x^8} \cdot \sqrt[12]{x^3} \cdot x^{\frac{12}{12}\sqrt{x^4}} \cdot x^{\frac{2}{12}\sqrt{x^2}} \cdot \sqrt[12]{x^7} = x^3 \cdot \sqrt[12]{x^8 \cdot x^3 \cdot x^4 \cdot x^2 \cdot x^7} = x^3 \cdot \sqrt[12]{x^{24}} = x^5$

Lösung A3

1.	$a \cdot \sqrt{a} ==>$	C	$a^{1,5}$
2.	$a^2 \cdot \sqrt{a} ==>$	A	$a^{2,5}$
3.	$\frac{a}{\sqrt{a}} ==>$	G	$a^{0,5}$
4.	$\frac{\sqrt{a}}{a} ==>$	F	$a^{-0,5}$
5.	$\left(\frac{a}{\sqrt{a}}\right)^2 ==>$	E	a
6.	$\frac{\sqrt{a}}{a^2} ==>$	D	$a^{-1,5}$
7.	$\sqrt{\frac{1}{a^2}} ==>$	B	a^{-1}

Lösung A4

$$5k \sqrt{\frac{1}{2k}} e^{-0,5} = 5 \sqrt{\frac{k^2}{2k}} \cdot \frac{1}{e^{0,5}} = 5 \sqrt{\frac{k}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{e}} = 5 \sqrt{\frac{k}{2e}}$$

q.e.d.

Lösung A5

$$0,5^{2,4} \approx \frac{1}{6} \quad \left| \quad 3^{-3,2} \approx \frac{1}{27} \quad \left| \quad 2^{-3,2} \approx \frac{1}{8} \quad \left| \quad 3^{-4,2} \approx \frac{1}{81} \quad \left| \quad 5^{-3,2} \approx \frac{1}{125} \right. \right. \right.$$

$$0,5^{2,4} > 2^{-3,2} > 3^{-3,2} > 3^{-4,2} > 5^{-3,2}$$

Aufgabe A1

Vereinfache.

a)	$\sqrt[3]{24}$	=	
b)	$\sqrt[4]{32}$	=	
c)	$\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25}$	=	
d)	$\sqrt[3]{k^2} \cdot \sqrt[3]{k^2} \cdot \sqrt[3]{k^5}$	=	
e)	$\sqrt[4]{25^3} \cdot \sqrt[4]{5^2}$	=	
f)	$\sqrt[4]{6^8}$	=	



Aufgabe A2

Mache den Nenner rational.

a)	$\frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[3]{2}}$	=	
b)	$k : \sqrt[3]{k}$	=	
c)	$\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$	=	

Aufgabe A3

Schreibe als Potenz.

a)	$(\sqrt{5})^3$	=	
b)	$\sqrt[3]{k}$	=	
c)	$\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$	=	
d)	$\sqrt[4]{k^3}$	=	
e)	$\sqrt[3]{k^3 + 1}$	=	
f)	$\sqrt[4]{k^2} \cdot \sqrt[3]{k}$	=	

Aufgabe A4

Vereinfache und schreibe das Ergebnis als Wurzel.

a)	$\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^5$	=	
b)	$a^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}}$	=	
c)	$a^{\frac{1}{2}} : a^{\frac{1}{3}}$	=	
d)	$\sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[4]{a^3}$	=	
e)	$a^2\sqrt{a} + 4a\sqrt{a^3} + a^{2,5}$	=	
f)	$\frac{\sqrt[4]{ab^2}}{b}$	=	
g)	$\frac{1}{\sqrt{a^3}} + a^{-15}$	=	
h)	$(\sqrt{a} - \sqrt{a^3}) \cdot \sqrt{a}$	=	
i)	$\sqrt[3]{k^2} \cdot \sqrt[3]{2k}$	=	

Aufgabe A5

Vereinfache.

a)	$(x^2 + 2x + 1)^{0,5}$	=	_____
b)	$(9k^2 + 36)^{0,5}$	=	_____
c)	$3^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{(-3)^4} \cdot \frac{1}{9}$	=	_____
d)	$4 \cdot 2^{0,25} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 4$	=	_____
e)	$6\sqrt{a^3} + \sqrt{2a}$	=	_____
f)	$(9k^4 + 12k^2 + 4)^{0,5}$	=	_____

Aufgabe A6

Unter welchen Bedingungen für x und n gilt:

$$\sqrt[4]{x^n} = x^{0,25n}?$$

Aufgabe A7

Welche der folgenden Aussagen sind wahr oder falsch? Begründe.

$x^{-0,5}$ ist		
a) für alle $x \geq 0$ definiert	b) für alle $x \in \mathbb{N}$ definiert	c) gleich $\frac{1}{x^2}$
$x^{\frac{2}{5}}$ ist		
a) für alle $x \in \mathbb{R}$ definiert	b) die 5. Wurzel von x^2	c) die Quadratwurzel von x^2
$x^{-1,5}$ ist		
a) für alle $x \in \mathbb{Q}$ definiert	b) gleich $\frac{x^2}{\sqrt{x}}$	c) gleich $\frac{\sqrt{x}}{x^2}$

Lösung A1

- a) $\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{8 \cdot 3} = 2\sqrt[3]{3}$
- b) $\sqrt[4]{32} = \sqrt[4]{8 \cdot 4} = 2\sqrt[4]{4}$
- c) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{125} = 5$
- d) $\sqrt[3]{k^2} \cdot \sqrt[3]{k^2} \cdot \sqrt[3]{k^5} = \sqrt[3]{k^9} = 3^3$
- e) $\sqrt[4]{25^3} \cdot \sqrt[4]{5^2} = \sqrt[4]{25^4} = 25$
- f) $\sqrt[4]{6^8} = 6^2 = 36$

Lösung A2

- a) $\frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[4]{4 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2}}}{\sqrt[3]{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2}}} = \frac{\sqrt[4]{4 \cdot \sqrt[3]{4}}}{2}$
- b) $k: \sqrt[3]{k} = \frac{k}{\sqrt[3]{k}} = \frac{k \cdot \sqrt[3]{k} \cdot \sqrt[3]{k}}{\sqrt[3]{k} \cdot \sqrt[3]{k} \cdot \sqrt[3]{k}} = \sqrt[3]{k^2}$
- c) $\frac{1}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{4 \cdot \sqrt[3]{4}}}{\sqrt[3]{4 \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{4}}} = \frac{\sqrt[3]{16}}{4}$

Lösung A3

- a) $(\sqrt{5})^3 = 5^{\frac{3}{2}}$
- b) $\sqrt[3]{k} = k^{\frac{1}{3}}$
- c) $\frac{1}{\sqrt[3]{4}} = \frac{1}{4^{\frac{1}{3}}} = 4^{-\frac{1}{3}}$
- d) $\sqrt[4]{k^3} = k^{\frac{3}{4}}$
- e) $\sqrt[3]{k^3 + 1} = (k^3 + 1)^{\frac{1}{3}}$
- f) $\sqrt[4]{k^2} \cdot \sqrt[3]{k} = k^{\frac{2}{4}} \cdot k^{\frac{1}{3}} = k^{\frac{5}{6}}$

Lösung A4

- a) $\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^5 = \frac{x^5}{2} = \sqrt{x^5}$
- b) $a^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}} = (ab)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{(ab)^3}$
- c) $a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = a^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{a^5}$
- d) $\sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[4]{a^3} = a^{\frac{4}{3}} \cdot a^{\frac{3}{4}} = a^{\frac{25}{12}} = \sqrt[12]{a^{25}} = a^2 \sqrt[12]{a}$
- e) $a^2 \sqrt{a} + 4a \sqrt{a^3} + a^{2,5} = a^2 \sqrt{a} + 4a^2 \sqrt{a} + \sqrt{a^5} = 6a^2 \sqrt{a}$
- f) $\frac{\sqrt[4]{ab^2}}{b} = \sqrt[4]{\frac{ab^2}{b^4}} = \sqrt[4]{\frac{a}{b^2}}$
- g) $\frac{1}{\sqrt{a^3}} + a^{-15} = \frac{1}{\sqrt{a^3}} + \frac{1}{a^{15}} = \frac{a^{15} + \sqrt{a^3}}{a^{16} \sqrt{a}} = \frac{(a^{15} + \sqrt{a^3}) \sqrt{a}}{a^{17}}$
- h) $(\sqrt{a} - \sqrt{a^3}) \cdot \sqrt{a} = a - a^2 = a(1 - a)$
- i) $\sqrt[3]{k^2} \cdot \sqrt[3]{2k} = \sqrt[3]{2k^3} = k \sqrt[3]{2}$

Lösung A5

- a) $(x^2 + 2x + 1)^{0,5} = \sqrt{(x+1)^2} = x+1$
- b) $(9k^2 + 36)^{0,5} = \sqrt{9(k^2 + 4)} = 3\sqrt{k^2 + 4}$
- c) $3^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{(-3)^4} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \cdot \sqrt[3]{3^4} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{9} \sqrt[3]{3^3} = \frac{1}{9} \cdot 3 = \frac{1}{3}$
- d) $4 \cdot 2^{0,25} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 4 = 2^2 \cdot 2^{0,25} \cdot 2^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2^{4,25}}{2^{\frac{1}{2}}} = 2^{3,75} = 2^{\frac{15}{4}} = 8\sqrt[4]{8}$
- e) $6\sqrt{a^3} + \sqrt{2a} = 6a\sqrt{a} + \sqrt{2a} = \sqrt{a}(6a + \sqrt{2})$
- f) $(9k^4 + 12k^2 + 4)^{0,5} = \sqrt{(3k^2 + 2)^2} = 3k^2 + 2$

Lösung A6

$\sqrt[n]{x^n} = x^{0,25n}$ falls $x \geq 0 \wedge n \in \mathbb{N} \vee x \in \mathbb{R} \wedge n = 2m, m \in \mathbb{N}$.

Lösung A7

$x^{-0,5} = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ist definiert für $x > 0$, alle Aussagen sind falsch.

$x^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{x^2}$: richtig sind a) und b), da stets $x^2 \geq 0$

$x^{-1,5} = \frac{\sqrt{x}}{x^2} = \frac{1}{\sqrt{x^3}}$ ist definiert für $x > 0$, richtig ist c)